



Todimensional Transonisk Strømning

Fanøe, Ole; Refslund, K

Publication date:
1976

Document Version
Publisher's PDF, also known as Version of record

[Link back to DTU Orbit](#)

Citation (APA):
Fanøe, O., & Refslund, K. (1976). *Todimensional Transonisk Strømning*. Technical University of Denmark. AFM No. 76-03

General rights

Copyright and moral rights for the publications made accessible in the public portal are retained by the authors and/or other copyright owners and it is a condition of accessing publications that users recognise and abide by the legal requirements associated with these rights.

- Users may download and print one copy of any publication from the public portal for the purpose of private study or research.
- You may not further distribute the material or use it for any profit-making activity or commercial gain
- You may freely distribute the URL identifying the publication in the public portal

If you believe that this document breaches copyright please contact us providing details, and we will remove access to the work immediately and investigate your claim.

AFM 76-03

MARTS 1976

Afdelingen for Fluid Mekanik
DEN POLYTEKNISKE LÆREANSTALT
Bygning 404
Lundtoftevej 100
2800 Lyngby Tlf. 884522

TODIMENSIONAL TRANSONISK STRØMNING

VED

OLE FANØE



**AFDELINGEN
FOR
FLUID MEKANIK**

**DEN POLYTEKNISKE LÆREANSTALT
LYNGBY**

FORORD

Denne afhandling omfatter en del af et arbejde, udført som led i et licentiatstudium på Afdelingen for Fluid Mekanik, Danmarks tekniske Højskole.

Professor ved Afdelingen K. Refslund takkes for værdifuld støtte under arbejdets udførelse. Desuden rettes en speciel tak til Mogens Terp Paulsen for mange værdifulde diskussioner.

For hjælp i forbindelse med udarbejdelsen af rapporten takkes fru Lizzie Krøyer.

Lyngby, Marts 1976

Ole Fanøe

AFM 76-03

RETTELSER

1_9 kordelængde
 12_{10} s
 19^{14} 0
 22^4 $(g, \varepsilon_i) \rightarrow (0, 0)$
 22^9 Φ_{1xy}^y
 22^{10} orden
 23^8 Φ_{1y}^i
 23_8 grænsen
 23_8 må
 25_2 da
 27_3 - U_0
 27_1 $(\gamma-1)E$
 27_1 $\frac{\varepsilon}{g}$
 28^8 - E/ε
 28^{10} - E
 32_3 M_0
 44^{11} $2\varepsilon_{i,j}$
 54_4 0,03
 59 0,03
 60_2 $(\delta_2)_x^2$
 63_1 dx
 64^1 dx

Perturbation

ændres til

kordelængde, lukket kurve
 $s = \text{konstant}$
 $\vec{0}$
 $(g, \varepsilon_i) \rightarrow (0, 0)$ samt $\frac{\varepsilon_{i+1}}{\varepsilon_i} \frac{\Phi_{i+1}}{\Phi_i} \rightarrow 0$
 $\Phi_{1x\eta}^y$
 orden, i grænsen $(M_\infty, \tau) \rightarrow (1, 0)$
 $\Phi_{1y}^i(x, \pm)$
 grænsen $(M_\infty, \tau) \rightarrow (1, 0)$
 vil
 da $E = E(y)$
 $- U_0^2$
 $(\gamma+1)E$
 $\frac{\varepsilon}{g^2}$
 $- 2E/\varepsilon$
 $- 2E$
 M_0^2
 $2\varepsilon_{i,j} \phi_{i,j}^0$
 0,015
 0,015
 $(\delta_2(x))^2$
 ds
 ds

Perturbation

INDHOLDSFORTEGNELSE

	Side
NOMENKLATUR	1
NOTATION	3
LISTE OVER VARIABLE BENYTTET I DATAMASKINEPROGRAMMER	4
LISTE OVER SUBROUTINER OG FUNCTIONS	6
ABSTRACT	8
1. INTRODUKTION	9
2. GENERELLE LIGNINGER FOR ISENTROPISK STRØMNING	11
3. PARTIKULÆRE LOVE OG DEFINITIONER FOR ROTATION	12
4. BERNOULLI'S LIGNING	14
4.1 Instationær rotationsfri strømning	14
4.2 Stationær strømning	15
5. PARTIEL DIFFERENTIALLIGNING FOR Φ	16
6. SHOCK SPRING BETINGELSER	17
7. SVAGE LØSNINGER	19
8. PERTUBEREDE LIGNINGER FOR TRANSONISK STRØMNING	21
8.1 Stationær rotationsfri strømning	21
8.2 Stationær strømning med rotation	25
8.3 Instationær rotationsfri strømning	29
8.4 Randbetingelser	31
8.5 Shockbølge modstand	35
9. NUMERISKE METODER FOR PERTUBEREDE LIGNINGER	36
9.1 Endelige differenser for "rotationsfri" ligning	36
9.2 Endelige differenser for "rotations" ligning	40
9.3 Randbetingelser	41
9.4 Relaxations procedure	43
9.5 Bestemmelse af scaling	44
10. RESULTATER FRA INVISKESE BEREGNINGER	53

	Side
11. GRÆNSELAGSBEREGNING	60
11.1 Kompressibel, laminar grænselagsberegning	60
11.2 Omslag fra laminart til turbulent grænselag	62
11.3 Turbulent grænselag	63
11.4 Kølvand	65
12. KOBLING AF GRÆNSELAGS- OG POTENTIALSTRØMSRESULTATER	67
13. NUMERISKE METODER FOR GRÆNSELAGSBEREGNINGER	70
14. RESULTATER FRA VISKOSE BEREGNINGER	74
15. KONKLUSION	83
LITTERATUR	84
APPENDIX A: INPUT OG FLOWDIAGRAMMER FRA DATAMASKINE-PROGRAMMER	88
APPENDIX B: EKSEMPLER PÅ OUTPUT FRA PROGRAMMERNE	98
APPENDIX C: PROGRAM LISTING	117

NOMENKLATUR

$\underline{A}, \underline{B}$: matricer,	afsnit 7
C_p	: trykkoefficient,	(4.1.8)
\bar{C}_p	: reduceret trykkoefficient,	(8.1.21)
C_D	: modstandskoefficient,	(8.5.1)
\bar{C}_D	: reduceret modstandskoefficient,	(8.5.3)
C_f	: vægfriktionskoefficient	(11.1.8)
C_L	: opdriftskoefficient,	(8.4.3)
\bar{C}_L	: reduceret opdriftskoefficient	(8.4.6)
E	: pertubering af fristrøms hastighed,	(8.2.1)
F	: pertubering af fristrømsmægt, : entrainment funk.,	(8.2.7) (11.3.6)
G	: funktion, spec. Green's,	afsnit 8.4
H, H_1 , H_{12}	: formparameter,	(11.1.6) (11.3.4)
K, K_O	: transonisk lighedannethedsparameter,	(8.1.18) (8.2.17)
M	: mægt,	(4.1.9)
O	: angiver lokal størrelsesorden	
R	: gaskonstant	
Re	: Reynold's tal = $(u_{ref} \cdot l / \nu_{ref})$	
T	: absolut temperatur	
U, V	: fart	
\vec{V}	: hastighed	
W_e, W_h	: definitioner,	(9.1.5) (9.1.7)
Y, Z	: definitioner,	(13.1)
a	: lyd hastighed	
c	: kordelængde	
c_p, c_v	: specifikke varmekapaciteter	
e	: specifik indre energi	
f	: funktion, spec. profilform	
g	: funktion	
h	: specifik entalpi,	(2.4)
(i, j)	: skitse no. 9.1.1	
k	: reduceret frekvens,	(8.3.4)
\bar{k}	:	(8.3.8)

l	: referencelængde	
m	: eksponent,	(8.1.16) (8.1.17)
p	: tryk	
s	: specifik entropi, længde	
t	: tid	
\bar{t}	: reduceret tid,	(8.3.2)
$\left. \begin{matrix} u \\ v \end{matrix} \right\}$: hastighedskomponenter i (x,y)-system	
$\left. \begin{matrix} \bar{u} \\ \bar{v} \end{matrix} \right\}$: pertuberede hastighedskomponenter,	(8.2.13)
(x,y)	: koordinater i kartetisk koordinatsystem	
Γ	: cirkulation,	(3.6)
Φ	: hastighedspotential,	(4.1.2)
α, β	: vinkler	
γ, γ_0	: gaskonstant, (3.2), cirkulation,	(8.9.5)
δ	: Dirach's deltafunktion,	afsnit 8.4
	: grænselagstykkelse,	afsnit 11.1
δ_0	:	(11.3.5)
δ_1	: fortrængningstykkelse,	(11.1.5)
δ_2	: bevægelsesmængdetabstykkelse,	(11.1.1)
ε	: udviklingsparameter, sædvanligvis: $0 \leq \varepsilon < 1$	
ζ	: rotation	(3.8)
η	: "deformeret"-koordinat,	(8.1.1)
κ	: bølgetal, parameter defineret i	(11.1.7)
$\bar{\kappa}$: transonisk bølgetal,	(9.2.2)
λ	: varmeledningskoefficient	
ν	: kinematisk viskositet	
ρ	: densitet	
τ	: max. profiltykkelse/korde	
ϕ	: perturberet hastighedspotential	
(ψ, z)	: koordinater,	afsnit 8.4
ω	: relaxationsparameter, vinkelfrekvens	

NOTATION

∇	: Gradient
$\nabla \cdot$: Divergens
$\nabla \times$: Rotation

$$\frac{d(\phi)}{dt} = \frac{\partial(\phi)}{\partial x} \frac{dx}{dt} + \frac{\partial(\phi)}{\partial y} \frac{dy}{dt} + \frac{\partial(\phi)}{\partial t}$$

Ved henvisning til en ligning indenfor samme afsnit udelades kapitel og afsnitnummer. F.eks. ved kapitel 8 , afsnit 4 ved henvisning til ligning (8.4.1) benyttes (.1)

LISTE OVER VARIABLE BENYTTET I DATAMASKINEPROGRAMMER

ADDFDX : $1/\tau \cdot (v_e/u_e)_{g.l.}$, (12.16)
 ALFA : indfaldsvinkel
 AMP : amplitude for E
 CD : C_D
 CL : C_L
 CPLOW : C_p på profilets underside
 CPUP : C_p " - " - overside
 DEHIDE : δ_1
 DELTA : τ
 DELTST : $\hat{\delta}_1$ (13.12)
 DFDX : f'
 DRAGLO : C_f
 DWAKE : $1/\tau (d\delta_1/dx)$ i waken
 FCALC : entrainment funktion, udregnet fra beregnede grænselagsparametre
 FI : ϕ
 ICPPPR : program "PLOT", angiver om sammenlig. tryk er som C_p el. p/p_0
 IEX : program "PLOT", angiver om sammenlig. tryk skal plottes eller ej
 INLROA : angiver om profiltypen er NLR eller andre
 INUM : antal netpunkter i x-aksens retning
 IOLAY : angiver hvor waken starter. Inviskos: I=0, viskos: I=1
 IPOA : antal punkter før profilet
 IPUA : -"- - " - på - " -
 IRUNNO : kørselsnummer
 ITERAT : antal af iterationer i en cyklus
 ITERFI : -"- af - " - totalt
 ISTOP : antal koordinater i profiltabellen
 JNUM : antal punkter i η -aksens retning
 PROFIL : tekst-streng for profilangivelse
 QHHIDE : H_1
 QK : K, K_0
 QKWAVE : $\bar{\kappa}$, (9.2.2)
 QMACH : M-lokal

QMUEND : fristrømsmachtal
 RE : $Re_{\infty}/10^6$
 REUEND : Re_{∞}
 SPECHT : γ
 TEXT : tekststreng for sammenlignende trykfordeling
 THAETA : $\hat{\delta}_2$, (13.12)
 THHIDE : δ_2
 VOLUME : $_{-1} \int^{+1} f \, dx$
 VIJ : W_e, W_h
 XCOORD : koordinater for netpunkter i x-aksens retning
 XNLR : x-koordinater til profiltabel
 XOUT : koordinater i $0 < x \leq 1$ koordinatsystem
 XTRANS : x-verdi for fast omslagspunkt i $0 < x \leq 1$ system
 YY : y-koordinater til profiltabel
 YCOORD : koordinater for netpunkter i y-aksens retning

LISTE OVER SUBROUTINER OG FUNCTIONS

Hovedprogrammet "COTF" :

BLNMAC

BLOCK DATA

BLRHS

BLUEND

CLBL

CORREC

DATE : FORTRAN standard hos NEUCC

DELTAX

DELTAY

DERSHP

DGELB : SSP-standard-routine

DUBINT

D1D2

ELLIP1

FRSROT

FRSWK

FRS24

FRS48

HYP1

LINERX

OUTBC

OUT1

OUT2

OUT3

PMVNDV

PRECOR

QLRSWK

QLRS24

QLRS48

ROTA

SIGNAT

SMOOTH

WAKE

WRITFI

Programmet "VOLUME":

CDFINT

DATE : FORTRAN standard hos NEUCC

NLRTIP

QSF : SSP-standard-routine

SIGNAT

Programmet "PLOT":

AXE : FORTRAN standard hos NEUCC

DATE : - " -

FRAME

KURVE : FORTRAN standard hos NEUCC

LAXIS

NUMBER : FORTRAN standard hos NEUCC

OUT1

PARALF : FORTRAN standard hos NEUCC

PCHAR : - " -

PLTEND : - " -

RESET : - " -

SPEJLY : - " -

SYMBOL : - " -

TEXT1

TEXT2

VAXIS

ABSTRACT

Transonic small-perturbation equations for rotational free-stream are deduced in a consistent way. A method is described for computing of viscous transonic flows. Velocities from outer solution are coupled via the continuity equation to the boundary layer which is calculated by an integral method. Computed shockpositions and dragcoefficients for a symmetrical NACA 0012 profile agrees well with experimental results.

1. INTRODUKTION

Transonisk strømning om vingeprofiler, som vi undersøger her, er karakteriseret ved, at områder med overlydsstrømning støder op mod områder med underlydsstrømning, og der forekommer sædvanligvis svage shockbølger. Vi vil specielt undersøge tilfældet, hvor der er et eller flere delområder med overlydsstrømning, ellers underlydsstrømning. Karakteristiske fristrømsmachtal ligger i området 0,6 - 0,9, og transonisk strømning af denne karakter forekommer foruden om flyvinger f.eks. også om skovlprofiler i turbomaskiner.

Numerisk simulering af stationær strømning kræver, at man løser "blandede"-differentialligninger. Ligningerne, der må være ikke-lineære for at kunne beskrive shock, skal i underlydsstrømning være elliptiske og i overlydsstrømning hyperbolske. Udviklinger af løsningsmetoder har i det væsentlige fulgt to retninger. I den ene metode formuleres ligningerne instationært, medens man ved den anden metode løser dem ved relaxation.

Ved den instationære metode løses problemet med den "blandede" type differentialligninger, i første omgang ved at omforme det til et begyndelsesværdiproblem. Magnus og Yoshihara [13] offentliggjorde i 1968 en løsningsmetode, hvor den stationære løsning fremkommer som en asymptotisk løsning til den tidsafhængige formulering. Men metoden er langsom, datamaskineforbruget er en størrelsesorden større end ved relaxationsmetoden.

I 1940'erne udviklede Emmons [28] en relaxationsprocedure, der gav kvalitativt rigtige resultater, men belstutningsprocessen ved indpasning af shock-springbetingelser viste sig senere at være for kompliceret til at kunne programmeres til datamaskinebrug. Men i 1969 introducerede Murman og Cole [7] en procedure, der automatisk tager hensyn til udvikling af shockbølger, og som er velegnet til programmering på datamaskine. I denne metode benyttes forskellige differensformuleringer i elliptiske og hyperbolske områder. Problemet med den manglende entropibetingelse (d.v.s. muligheden for, at der i løsningen

til de inviskose ligninger optræder ikke-fysisk forekommende diskontinuiteter) løses i Murman-Cole's metode, idet der i hyperbolske områder benyttes en opstrøms-differensformulering med en dissipativ trunkeringsfejl, der fungerer som en kilde for entropiproduktion.

Metoden blev oprindeligt anvendt på den transoniske pertuberede hastighedspotentialligning i to-dimensioner, men er senere blevet udvidet til at kunne benyttes til løsning af de fulde isentropiske ligninger i tre-dimensioner.

Vi vil her benytte Murman-Cole's metode, og vil først på konsistent måde udlede pertuberede ligninger for transonisk strømning (kapitel 8) bl.a. præsenteres en pertuberet ligning for stationær fristrømning med rotation. I kapitel 11 præsenteres en viskos-inviskos beregningsmetode, hvor grænselagsparametre fra en entrainmentmetode via kontinuitetsligningen kobles til den ydre "inviskose"-strømning. I kapitel 15 vises resultater fra beregning af strømning om et symmetrisk NACA 0012 profil. De beregnede shockpositioner og modstandstal vises at stemme godt overens med eksperimentelle data.

2. GENERELLE LIGNINGER FOR ISENTROPISK STRØMNING.

De grundlæggende antagelser vi gør, er 1) antagelsen om at gassen er et kontinuum og 2) at den er inviskos og 3) at forekommende processer er adiabatisk. De generelle ligninger lyder da:

Kontinuitetsligningen

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \rho \nabla \cdot \vec{V} + \vec{V} \cdot \nabla \rho = 0 \quad (2.1)$$

Bevægelsesligningerne

$$\frac{d\vec{V}}{dt} = - \frac{1}{\rho} \nabla p \quad (2.2)$$

hvor p og ρ er statisk tryk og densitet, og \vec{V} er hastighedsvektor for fluid partikler i et kartesisk (x,y) -koordinat system.

Energiligningen

$$\frac{d}{dt} \left[h + \frac{1}{2} v^2 \right] = \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial t} \quad (2.3)$$

og

$$h \equiv e + p/\rho \quad (2.4)$$

d.v.s. h er den specifikke entalpi, og e er den specifikke indre energi.

Termodynamikkens 2. hovedsætning,
idet den specifikke entropi betegnes s

$$\frac{ds}{dt} = 0 \quad (2.5)$$

Det skal her fremhæves, at ingen af de ovenstående ligninger kan benyttes gennem diskontinuiteter.

3. PARTIKULÆRE LOVE OG DEFINITIONER FOR ROTATION OG CIRKULATION

Det antages, at den ideelle gasligning er opfyldt,

$$p = R\rho T \quad (3.1)$$

Hvor R er gaskonstanten og T den absolutte temperatur. Foruden at være termisk perfekt antages gassen at være kalorisk perfekt, d.v.s. de specifikke varmekapaciteter c_p og c_v er konstante, og idet

$$\gamma \equiv c_p/c_v \quad (3.2)$$

da gælder for en isentropisk strømning

$$p \cdot \rho^{-\gamma} = \text{konstant} \quad (3.3)$$

og lydhastigheden defineres som

$$a^2 \equiv \left(\frac{\partial p}{\partial \rho} \right)_s \quad (3.4)$$

herved fås ved benyttelse af ligningerne (.3) og (.4)

$$a^2 = \gamma p / \rho \quad (3.5)$$

Vi vil desuden her indføre begreberne cirkulation og rotation. Idet cirkulationen Γ defineres som

$$\Gamma \equiv \oint_C \vec{V} \cdot d\vec{s} \quad (3.6)$$

da kan man for en isentropisk strømning vise, at der gælder

$$\frac{d\Gamma}{dt} = 0 \quad (3.7)$$

Rotationen defineres som

$$\vec{\zeta} \equiv \nabla \times \vec{V} \quad (3.8)$$

og man kan specielt for en to-dimensional strømning vise

$$\frac{d}{dt} (\vec{\zeta}/\rho) = 0 \quad (3.9)$$

4. BERNOULLI'S LIGNING

Vi får i dette kapitel brug for referencestørrelser, og vi vil her som fremover benytte tilstanden uendeligt langt opstrøms som referencetilstand og benytter ∞ som index for disse størrelser. Om dimensionsløse størrelser gælder endvidere det, at da resultaterne for ideale gasser vil være uafhængige af lineære skaleringer, vil vi benytte både dimensionsløse og dimensionsbehæftede størrelser uden altid at gøre en bemærkning om, hvor det gøres.

4.1 INSTATIONÆR ROTATIONSFRI STRØMNING

For den rotationsfrie strømning gælder

$$\vec{\zeta} = \vec{0} \quad (4.1.1)$$

d.v.s. der eksisterer et hastighedspotential

$$\vec{V} = \nabla \Phi \quad (4.1.2)$$

Benyttes nu identiteten

$$\frac{d\vec{V}}{dt} = \frac{\partial \vec{V}}{\partial t} + \nabla \frac{V^2}{2} - \vec{V} \times \vec{\zeta} \quad (4.1.3)$$

i forbindelse med bevægelsesligningerne (2.2) så fås

$$\nabla \left(\frac{\partial \Phi}{\partial t} \right) + \nabla \frac{V^2}{2} = - \frac{1}{\rho} \nabla p \quad (4.1.4)$$

eller

$$\nabla \left(\frac{\partial \Phi}{\partial t} + \frac{V^2}{2} + \int_{p_{\text{ref}}}^p \frac{dp}{\rho} \right) = 0 \quad (4.1.5)$$

specielt langs en strømlinie haves

$$\frac{\partial \Phi}{\partial t} + \frac{1}{2} (V^2 - V_{\infty}^2) + \int_{p_{\infty}}^p \frac{dp}{\rho} = 0 \quad (4.1.6)$$

hvilket netop er Bernoulli's ligning for en rotationsfri strømning.

Benyttes ligningerne (3.3) og (3.5) fås

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} + \frac{1}{2}(v^2 - v_{\infty}^2) + \frac{1}{(\gamma-1)}(a^2 - a_{\infty}^2) = 0 \quad (4.1.7)$$

Indføres her trykkoefficienten, der defineres som

$$C_p \equiv (p - p_{\text{ref}}) / \left(\frac{1}{2} \rho_{\text{ref}} \cdot v_{\text{ref}}^2 \right) \quad (4.1.8)$$

da får den følgende form

$$C_p = \frac{2}{\gamma M_{\infty}^2} \left\{ \left[1 - \frac{\gamma-1}{2} \left(\frac{\partial \phi}{\partial t} + \frac{1}{2}(v^2 - v_{\infty}^2) \right) \right]^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} - 1 \right\} \quad (4.1.9)$$

hvor machtallet er indført som

$$M_{\infty} = v_{\infty} / a_{\infty} \quad (4.1.10)$$

4.2 STATIONÆR STRØMNING

I energiligningen (2.3) benyttes udtrykket for den indre energi for en ideel gas

$$\frac{d}{dt} \left(c_v \cdot T + \frac{p}{\rho} + \frac{v^2}{2} \right) = 0 \quad (4.2.1)$$

eller ved indførelse af lydhastigheden

$$\frac{a^2}{\gamma-1} + \frac{v^2}{2} = h_0 \quad (4.2.2)$$

hvor stagnationsentalpien $h_0 \equiv h + \frac{1}{2}v^2$ er konstant langs hver strømlinie, men kan variere fra strømlinie til strømlinie.

5. PARTIEL DIFFERENTIALLIGNING FOR ϕ

Kontinuitetsligningen (2.1) skrives i det to-dimensionale tilfælde som

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + u \frac{\partial \rho}{\partial x} + v \frac{\partial \rho}{\partial y} + \rho \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right) = 0 \quad (5.1)$$

hvor u og v er hastighedskomponenter.

Da $(1/\rho)$ er en tilstandsstørrelse, haves

$$\rho^{-1} = \rho^{-1}(p, s) \quad (5.2)$$

derved opnås

$$\frac{\partial \rho}{\partial x} = \frac{\partial \rho}{\partial p} \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial \rho}{\partial s} \frac{\partial s}{\partial x} = \frac{1}{a^2} \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial \rho}{\partial s} \frac{\partial s}{\partial x} \quad (5.3)$$

hvorved ligning (.1) kan skrives som

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + u \left[\frac{1}{a^2} \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial \rho}{\partial s} \frac{\partial s}{\partial x} \right] + v \left[\frac{1}{a^2} \frac{\partial p}{\partial y} + \frac{\partial \rho}{\partial s} \frac{\partial s}{\partial y} \right] + \rho \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right) = 0 \quad (5.4)$$

trykgradienterne elimineres v.hj.a. bevægelsesligningerne (2.2), endvidere benyttes (2.5) og ligning (.2)

$$\left[1 - \frac{u^2}{a^2} \right] \frac{\partial u}{\partial x} + \left[1 - \frac{v^2}{a^2} \right] \frac{\partial v}{\partial y} - \frac{uv}{a^2} \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) = \frac{1}{a^2} \left[- \frac{1}{(\gamma-1)} \frac{\partial a^2}{\partial t} + \frac{1}{2} \frac{\partial v^2}{\partial t} \right] \quad (5.5)$$

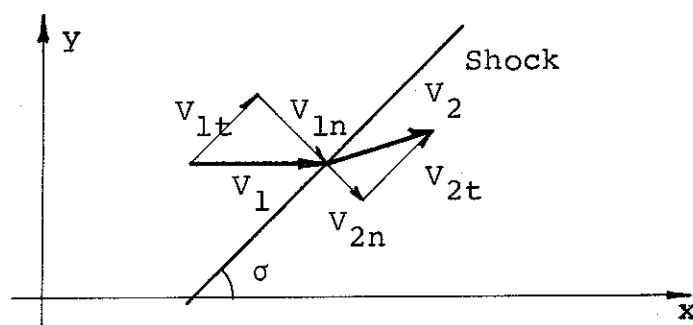
indføres Bernoulli's ligning på formen (4.1.7) i ligning (.5) fås

$$(a^2 - \phi_x^2) \phi_{xx} + (a^2 - \phi_y^2) \phi_{yy} - 2\phi_x \phi_y \phi_{xy} = \left[\phi_x^2 + \phi_y^2 \right]_t + \phi_{tt} - [h_{0,\infty}]_t \quad (5.6)$$

her er benyttet notationen $\frac{\partial}{\partial x}(\phi) = (\phi)_x$, og h_0 er stagnationsentalpi.

6. SHOCK SPRING BETINGELSER

Ligningerne, vi hidtil har betragtet, kan ikke benyttes igennem shock, da vi har set bort fra både varmeledning og viskosdissipation. Skal vi beskrive shock, må disse beskrives ved diskontinuitets betingelser. Idet vi benytter notationen



Skitse 6.1

som er angivet på skitse .1, så bliver shock spring betingelserne (Rankine-Hugoniot's betingelser),

i) Kontinuitetsligningen

$$\rho_1 V_{1n} = \rho_2 V_{2n} \quad (6.1)$$

eller

$$-\rho_1 (u_1 \sin \sigma - v_1 \cos \sigma) + \rho_2 (u_2 \sin \sigma - v_2 \cos \sigma) = 0 \quad (6.2)$$

og her indfører vi notationen

$$\langle f \rangle \equiv f_2 - f_1 \quad (6.3)$$

hvorved kontinuitetsbetingelsen bliver

$$\langle \rho u \rangle \tan \sigma - \langle \rho v \rangle = 0 \quad (6.4)$$

ii) Bevægelsesmængdebevarelse i retningen parallel m. shockket

$$V_{1t} = V_{2t} \quad (6.5)$$

eller

$$\langle u \rangle + \langle v \rangle \tan \sigma = 0 \quad (6.6)$$

iii) Bevægelsesmængdebevarelse i retningen vinkelret på shockket

$$p_1 - p_2 = \rho_2 v_{2n}^2 - \rho_1 v_{1n}^2 \quad (6.7)$$

eller

$$\langle p \rangle + \langle \rho (u \sin \sigma - v \cos \sigma)^2 \rangle = 0 \quad (6.8)$$

iv) Energiens bevarelse

$$\frac{a_1^2}{(\gamma-1)} + v_1^2 = \frac{a_2^2}{(\gamma-1)} + v_2^2 \quad (6.9)$$

d.v.s. at Bernoulli's ligning kan benyttes gennem shockket.

v) Entropibetingelse

$$\langle s \rangle \geq 0 \quad (6.10)$$

denne ulighed fremkommer ved at betragte 2. hovedsætning på formen (2.5) som en grænsebetingelse for $v \rightarrow 0$ og $\lambda \rightarrow 0$, hvor v er den kinematiske viskositet, og λ er varmeledningskoefficienten.

7. SVAGE LØSNINGER

Ønsker man at beskrive en kompressibel strømning med shock v.h.j.a. en differentiaallignings formulering, er det nødvendigt at udvide løsningsbegrebet, idet differentiaallignings formuleringen af de grundlæggende ligninger umiddelbart kræver kontinuerlig variation af de første afledede af størrelser som \bar{V} , p , T , ρ og s .

Peter Lax, reference [29], har generaliseret løsningsbegrebet, så en løsning også kan indeholde diskontinuiteter. Denne generalisering skal kort omtales her.

Generaliserede løsninger til bevarelsesligninger.

Vi betragter kvasilineære første ordens hyperbolske differentiaalligninger, d.v.s. systemer af typen

$$\vec{u}_t + \underline{A} \vec{u}_x + \underline{B} \vec{u}_y = 0 \quad (7.1)$$

hvor \vec{u} kan være n -dimensional.

Det forudsættes, at ligning (.1) kan skrives på divergensform, altså at

$$\underline{A} \vec{u}_x = \vec{f}_x \quad \text{og} \quad \underline{B} \vec{u}_y = \vec{g}_y \quad (7.2)$$

hvorefter (.1) lyder

$$\vec{u}_t + \vec{f}_x + \vec{g}_y = 0 \quad (7.3)$$

Ligning (.3) siges at være skrevet på bevarelsesform, og en løsning til (.3) i sædvanlig forstand kaldes en ægte løsning. Løsningsbegrebet udvides nu ved at definere den svage løsning \vec{u} som en stykvis kontinuert funktion, der er løsning til ligningen

$$\iiint_{\Omega} (\vec{u} w_t + \vec{f} w_x + \vec{g} w_y) dx dy dt - \iint w(x,y,0) \vec{u}(x,y,0) dx dy = 0 \quad (7.4)$$

hvor w kan være alle de testfunktioner, der har kontinuerte første afledede i området Ω (et delområde af hele strømningsområdet) og som er identisk 0 uden for Ω . Hvad definitions-ligningen egentlig indebærer, ses ved betragtning af følgende eksempel, hvor Ω er delt i to områder ved en kontinuert skilleflade c . I delområderne antages ligning (.3) at være opfyldt, og ligning (.4) kan derfor omskrives til

$$\iiint_{\Omega} [(\vec{u}\vec{w})_t + (\vec{f}\vec{w})_x + (\vec{g}\vec{w})_y] dx dy dt - \iint w(x,y,0) \vec{u}(x,y,0) dx dy = 0 \quad (7.5)$$

Har fladen c normalvektoren $(\hat{n}_x, \hat{n}_y, \hat{n}_t)$ kan divergensteoremet benyttes på ligning (.5)

$$\iint_c w(\vec{u} \hat{n}_t + \vec{f} \hat{n}_x + \vec{g} \hat{n}_y) ds = 0 \quad (7.6)$$

og benyttes her variationsregningens fundamentallemma fås

$$\langle \vec{u} \rangle \hat{n}_t + \langle \vec{f} \rangle \hat{n}_x + \langle \vec{g} \rangle \hat{n}_y = 0 \quad (7.7)$$

hvor $\langle \cdot \rangle$ indikerer et spring i den inkluderede størrelse over fladen c .

Man bemærker her at skrives kontinuitetsligningen, bevægelsesligningerne og energiligningen på bevarelsesform, så medfører definitionen af svage løsninger automatisk, at Rankine-Hugoniot's shockbetingelser opfyldes. Men det ses, at entropibetingelsen ikke umiddelbart opfyldes, løsninger med ekspansions-shock kan ikke udelukkes. Men det kan for visse simple problemer vises, at vælges ved den numeriske løsning en "passende" endelig differens formulering, da indføres en viskos-dissipation, hvorved ekspansions-shock udelukkes.

8. PERTUBEREDE LIGNINGER FOR TRANSONISK STRØMNING

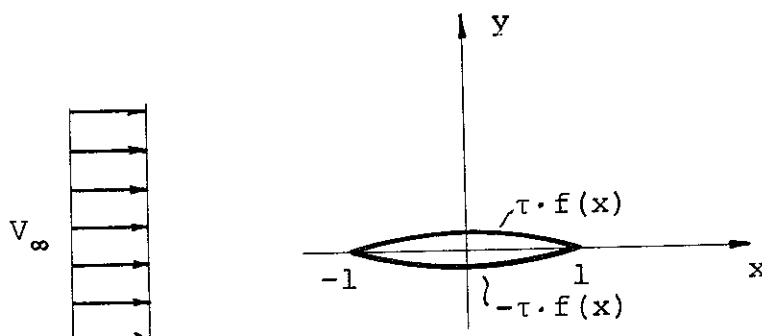
Benyttes matchede asymptotiske rækkeudviklinger til løsning af en differentiaalligning, vil fremgangsmåden sædvanligvis være den, at man søger to områder (et "ydre" og et "indre") med hver sin rækkeudvikling. Den ene af udviklingerne vil have én eller flere "deformerede" koordinater, for at randbetingelserne skal kunne opfyldes, men begge udviklinger tilfredsstiller den opstillede differentiaalligning.

Ved transonisk strømning om et vingeprofil er den grænse, hvor de to rækker skal matches: $(M_\infty, \tau) \rightarrow (1, 0)$, hvor τ er maximal profiltykkelse i forhold til korden. Fra forsøg vides, at nærmer man sig denne grænse, vil det af profilet forstyrrede område strække sig længere og længere ud. Det antyder, at det er koordinaten i den ydre rækkeudvikling, der skal "deformeres".

Vi vil her på konsistent måde for tre forskellige tilfælde udlede differentiaalligninger for det pertuberede potentialfelt. I det første tilfælde er fristrømningen stationær og rotationsfri. I det andet tilfælde tillades rotation i fristrømningen, og i sidste tilfælde er fristrømningen stationær og rotationsfri, men profilet antages at oscillere.

8.1 STATIONÆR ROTATIONSFRI STRØMNING

Vi antager for nemheds skyld, at profilet er symmetrisk, og at fristrømningsretningen er parallel med symmetriaksen. Profilformen antages at være som vist på følgende skitse



Skitse 8.1.1

i det ydre område betragtes en udvikling af formen

$$\phi^Y = V_\infty [x + \varepsilon \phi_1^Y(x, \eta) + \varepsilon_2 \phi_2^Y(x, \eta) + \dots] \quad (8.1.1)$$

hvor $\varepsilon_1 = \varepsilon_1(M_\infty, \tau)$ og $\eta = y \cdot g(M_\infty, \tau)$, og det gælder, at $(g, \varepsilon_1) \rightarrow (0, 0)$ i grænsen $(M_\infty, \tau) \rightarrow (1, 0)$. Differentialligningerne, der benyttes, er (4.2.2) og (5.6) på stationær form. Indsættes rækken (.1) i ligning (5.6) fås

$$\begin{aligned} & \left[a^2 - V_\infty^2 - 2V_\infty^2 \varepsilon \phi_{1x}^Y - V_\infty^2 \varepsilon^2 (\phi_{1x}^Y)^2 \right] V_\infty \varepsilon \phi_{1xx}^Y \\ & + \left[a^2 - V_\infty^2 \varepsilon^2 g^2 (\phi_{1\eta}^Y)^2 \right] V_\infty g^2 \varepsilon \phi_{1\eta\eta}^Y \\ & - 2V_\infty \left[1 + \varepsilon \phi_{1x}^Y \right] \left[g \varepsilon \phi_{1\eta}^Y V_\infty \right] \varepsilon g V_\infty \phi_{1xy}^Y \\ & + (\text{led, små af højere orden}) = 0 \end{aligned} \quad (8.1.2)$$

og ved indsættelse i (4.2.2) fås

$$a^2 = a_\infty^2 - \frac{1}{2}(\gamma - 1)V_\infty^2 \left[2\varepsilon \phi_{1x}^Y + \varepsilon^2 (\phi_{1x}^Y)^2 + \varepsilon^2 g^2 (\phi_{1\eta}^Y)^2 \right] + h.o.l. \quad (8.1.3)$$

indsættes ligning (.3) i ligning (.2) under antagelse af, at

$$(1 - M_\infty^2) = 0(\varepsilon) \quad \text{og} \quad g^2 = 0(\varepsilon) \quad (8.1.4)$$

da lyder ligningen for første led i udviklingen (.1)

$$\left[(1 - M_\infty^2)/g^2 - (\gamma + 1)(\varepsilon M_\infty^2/g^2) \phi_{1x}^Y \right] \phi_{1xx}^Y + \phi_{1\eta\eta}^Y = 0 \quad (8.1.5)$$

her vælges

$$\varepsilon M_\infty^2/g^2 = 1 \quad (8.1.6)$$

altså reduceres ligning (.5) til

$$\left[(1 - M_\infty^2)/g^2 - (\gamma + 1) \phi_{1x}^Y \right] \phi_{1xx}^Y + \phi_{1\eta\eta}^Y = 0 \quad (8.1.7)$$

For at bestemme ε 's afhængighed af τ benyttes den indre-udvikling. Denne række tilfredsstiller tangentbetingelsen ved profilets kontur, og idet

$$\Phi^i = V_\infty [x + \varepsilon \Phi_1^i(x, y) + \varepsilon_2 \Phi_2^i(x, y) + \dots] \quad (8.1.8)$$

så have

$$\frac{\Phi_y^i}{\Phi_x^i} = \frac{\varepsilon \Phi_{1y}^i + \varepsilon_2 \Phi_{2y}^i + \dots}{1 + \varepsilon \Phi_{1x}^i + \varepsilon_2 \Phi_{2x}^i + \dots} = \pm \tau f'(x) \quad |x| < 1 \quad (8.1.9)$$

og dermed bliver randbetingelsen for første led i udviklingen

$$\Phi_{1y}^i = \pm \frac{\tau}{\varepsilon} f'(x) \quad |x| < 1 \quad (8.1.10)$$

hvor (+) og (-) henhører til henholdsvis over- og underside, og det er antaget, at $f'(x) = 0(1)$.

For den ydre løsning fås

$$\Phi_{1\eta}^Y(x, 0^\pm) = \pm \frac{\tau}{\varepsilon g} f'(x) \quad ; \quad |x| < 1 \quad (8.1.11)$$

og for at udviklingen skal have mening i grænsen, må vi forlange, idet

$$\begin{aligned} \varepsilon &= \varepsilon_a(\tau) \varepsilon_b(M_\infty) \\ g &= g_a(\tau) g_b(M_\infty) \end{aligned} \quad (8.1.12)$$

at

$$\tau/(\varepsilon_a g_a) = 1 \quad (8.1.13)$$

Benyttes nu betingelsen (.6) sammen med (.13) have

$$\frac{\varepsilon_a(\tau)}{[g_a(\tau)]^2} = \frac{[g_b(M_\infty)]^2}{\varepsilon_b(M_\infty)} \frac{1}{M_\infty^2} = \text{konstant} \quad (8.1.14)$$

og denne konstant vælges til én, hvorved (.13) og (.14) giver

$$\varepsilon_a = \tau^{2/3} \quad \text{og} \quad g_a = \tau^{1/3} \quad (8.1.15)$$

og

$$(g_b)^2 = M_\infty^2 \varepsilon_b = G \quad (8.1.16)$$

her er $G = G(M_\infty)$ en ubestemt funktion, og med betegnelserne

$$G = M_\infty^{2m} \quad \text{og} \quad \phi = \phi_1^Y \quad (8.1.17)$$

da lyder differentiaalligningen (.7)

$$[K - (\gamma + 1)\phi_x]\phi_{xx} + \phi_{\eta\eta} = 0$$

$$K = (1 - M_\infty^2)/(\tau^{2/3} M_\infty^{2m}) \quad (8.1.18)$$

$$\eta = \tau^{1/3} M_\infty^m Y$$

og tangentbetingelsen

$$\phi_\eta(x, 0\pm) = \pm M_\infty^{(2-3m)} f'(x) \quad , \quad |x| < 1 \quad (8.1.19)$$

Udtrykket for trykkoefficienten (4.1.9) bliver

$$C_P = \frac{2}{\gamma M_\infty^2} \left\{ \left[1 - (\gamma - 1) M_\infty^2 \varepsilon \phi_x \right]^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} - 1 \right\} + \text{h.o.t.}$$

eller

$$C_P = \tau^{2/3} / M_\infty^{(2-2m)} \bar{C}_P \quad (8.1.20)$$

hvor

$$\bar{C}_P = - 2\phi_x \quad (8.1.21)$$

For at kunne færdiggøre ligningssystemet må vi have shock spring betingelserne.

Betragtes (.18) på bevarelsesform

$$\left[K \phi_x - \frac{1}{2}(\gamma + 1)(\phi_x)^2 \right]_x + [\phi_\eta]_\eta = 0 \quad (8.1.22)$$

så får vi direkte fra teorien om svage løsninger ligning (7.7)

$$\langle K \phi_x - \frac{1}{2}(\gamma + 1)(\phi_x)^2 \rangle (d\eta)_s - \langle \phi_\eta \rangle (dx)_s = 0 \quad (8.1.23)$$

hvor index s angiver værdier for shockket.

Desuden følger fra kontinuiteten af tangentialhastigheden ligning (6.6)

$$\langle \phi \rangle = 0 \quad (8.1.24)$$

hvorved vi har fået første ordens tilnærmelse til Rankine-Hugoniot's shockbetingelser. Det samme kunne udledes ved indsættelse af rækkeudviklingerne for hastighed, tryk og densitet i ligningerne (6.1) - (6.9).

Fastlæggelse af en værdi for m i ovennævnte ligningssystem (valg af scaling) gøres senere på grundlag af numeriske eksperimenter.

8.2 STATIONÆR STRØMNING MED ROTATION

Det uforstyrrede hastighedsfelt beskrives ved vektoren

$$\vec{V}_\infty = \{U_o[1 + E(y)], 0\} \quad (8.2.1)$$

hvor index o her benyttes for vore referenceværdier. Om pertuberingen af fristrømningen antages

$$|E| \ll 1 \quad (8.2.2)$$

Bevægelsesligningerne (2.2) viser da, at

$$p_\infty = \text{konstant} \quad (8.2.3)$$

og kontinuitetsligningen (2.1) viser

$$\rho_{\infty} = \rho_{\infty}(y) \quad (8.2.4)$$

Dette medfører, da termodynamikkens 2. hovedsætning, når den ideelle gasligning gælder, kan skrives på formen

$$\frac{ds}{dt} = \frac{c_v}{p/\rho^{\gamma}} \vec{v} \cdot \nabla \left(\frac{p}{\rho^{\gamma}} \right) \quad (8.2.5)$$

at entropien = konstant langs en strømlinie. Er den type af strømning, vi betragter, en parallelstrømning med shock, så ses fra ligning (6.9), at stagnationsentalpien er konstant, men entropien, og dermed rotationen, kan variere i feltet.

Det perturberede hastighedsfelt af en type som beskrevet i afsnit 8.1 er rotationsfrit til første orden, og da vi antager, at forstyrrelsesfeltet forsvinder uendeligt langt opstrøms, vil parallelstrømningen transportere "rotationen", i hvert fald til første orden.

Machtallets variation i fristrømningen findes af Bernoulli's ligning

$$h_o = U_o^2 (1 + E)^2 \left[\frac{1}{2} + \frac{1}{(\gamma-1)} \frac{1}{M_o^2 (1+F)^2} \right] \quad (8.2.6)$$

hvor vi har skrevet machtalsfordelingen på formen

$$M_{\infty} = M_o [1 + F(y)] \quad (8.2.7)$$

hvor

$$|F| \ll 1 \quad (8.2.8)$$

Herefter kan ligning (.6) rækkeudvikles til at give

$$h_o = \frac{1}{2} U_o^2 + \frac{U_o^2}{(\gamma-1) M_o^2} + U_o E \left(1 + \frac{2}{(\gamma-1)} \frac{1}{M_o^2} - \frac{2 F/E}{(\gamma-1) M_o^2} \right) + O(E^2) \quad (8.2.9)$$

d.v.s., vi får

$$F = E \left[1 + \frac{1}{2}(\gamma - 1)M_O^2 \right] \quad (8.2.10)$$

og dermed er

$$M_\infty = M_O \left\{ 1 + E \left[1 + \frac{1}{2}(\gamma - 1)M_O^2 \right] \right\} \quad (8.2.11)$$

hvilket giver Bernoulli's ligning formen

$$\frac{1}{(\gamma-1)} a^2 + \frac{1}{2}V^2 = \frac{U_O^2}{2} + \frac{1}{(\gamma-1)} (a_O)^2 \quad (8.2.12)$$

Det perturberede hastighedsfelt, der med ovennævnte antagelser har et potential, kan derfor skrives som

$$\begin{aligned} \tilde{u} &= U_O \varepsilon \phi_x(x, \eta) + \dots \\ \tilde{v} &= U_O \varepsilon g \phi_\eta(x, \eta) + \dots \end{aligned} \quad (8.2.13)$$

hvor

$$\begin{aligned} u &= U_O (1 + E) + \tilde{u} \\ v &= \tilde{v} \end{aligned} \quad (8.2.14)$$

Lydhastigheden bestemmes da fra ligning (.12)

$$a^2 = a_O^2 - (\gamma - 1)U_O^2 [E + \varepsilon \phi_x] + \text{h.o.l.} \quad (8.2.15)$$

og en ligning for ϕ findes ved indsættelse af udtrykkene (.13) til (.15) i ligning (5.5)

$$\begin{aligned} \left[a_O^2 - U_O^2 - (\gamma + 1)U_O^2 (\varepsilon \phi_x + E) \right] \phi_{xx} + a_O^2 g^2 \phi_{\eta\eta} \\ - U_O g \phi_\eta E_Y = 0 \end{aligned}$$

eller

$$\left\{ \frac{1 - M_O^2 [1 + (\gamma - 1)E]}{g^2} - (\gamma + 1)M_O^2 \frac{\varepsilon}{g} \phi_x \right\} \phi_{xx} + \phi_{\eta\eta} = M_O^2 \phi_\eta E_\eta \quad (8.2.16)$$

Ved sammenligning med fremgangsmåden i afsnit 8.1 finder man frem til følgende sammenhæng

$$\begin{aligned}
 [K_O - (\gamma + 1)\phi_x]\phi_{xx} + \phi_{\eta\eta} &= M_O^2 \phi_{\eta} E_{\eta} \\
 K_O &= \{1 - M_O^2[1 + (\gamma + 1)E]\}/(\tau^{2/3} M_O^{2m}) \\
 \eta &= \tau^{1/3} M_O^m y \\
 \phi_{\eta}(x, 0\pm) &= \pm M_O^{(2-3m)} f'(x) \quad |x| < 1
 \end{aligned}
 \tag{8.2.17}$$

og trykkoefficienten findes som

$$C_p = \frac{p-p_O}{\frac{1}{2}\rho_O U_O^2} = \epsilon(-2\phi_x - E/\epsilon)$$

eller

$$C_p = \tau^{2/3} M_O^{(2m-2)} \{-2\phi_x - E/[\tau^{2/3} M_O^{(2m-2)}]\} \tag{8.2.18}$$

Shock spring betingelserne findes ved at skrive (.17) på bevarelsesform

$$\begin{aligned}
 \left[K_O \phi_x - \frac{1}{2}(\gamma + 1)(\phi_x)^2 \right]_x + \left[\phi_{\eta} - M_O^2 \phi E_{\eta} + M_O^2 \int (\phi E_{\eta\eta}) d\eta \right]_{\eta} \\
 = 0
 \end{aligned}
 \tag{8.2.19}$$

da kontinuiteten for tangenthastighed til shockket også her giver

$$\langle \phi \rangle = 0$$

og da E og dens afledede alle er kontinuerte funktioner, bliver spring betingelsen

$$\langle K_O \phi_x - \frac{1}{2}(\gamma + 1)(\phi_x)^2 \rangle (d\eta)_s - \langle \phi_{\eta} \rangle (dx)_s = 0 \tag{8.2.20}$$

hvor index s står for værdier langs shockket.

8.3 INSTATIONÆR ROTATIONSFRI STRØMNING

Her undersøges tilfældet, hvor den uforstyrrede strømning er en stationær parallelstrømning, mens profilet oscillerer. Fremgangsmåden er principielt som i afsnit 8.1, men det er her nødvendigt at tage nøjere hensyn til, hvilke referencestørrelser, vi benytter. Som i foregående afsnit er referencelængden $l = c/2$.

Potentialet udtrykkes som

$$\Phi(x, y, t) = V_{\infty} l (\tilde{x} + \epsilon \phi(\tilde{x}, \eta, \tilde{t}) + \dots) \quad (8.3.1)$$

hvor

$$\eta = g \tilde{y}, \quad \tilde{t} = \omega t, \quad \tilde{y} = y/l \text{ og } \tilde{x} = x/l \quad (8.3.2)$$

og ω er her frekvensen for den periodiske bevægelse, som profilet undergår.

Lydhastigheden fås fra ligning (4.1.7)

$$a^2 = a_{\infty}^2 - (\gamma - 1) V_{\infty}^2 \epsilon \left[\frac{l\omega}{V_{\infty}} \phi_{\tilde{t}} + \phi_{\tilde{x}} + \dots \right] \quad (8.3.3)$$

eller, hvis den reducerede frekvens indføres

$$k = l\omega/V_{\infty} = \frac{c}{2} \frac{\omega}{V_{\infty}} \quad (8.3.4)$$

og

$$a^2 = a_{\infty}^2 - (\gamma - 1) V_{\infty}^2 \epsilon [k \phi_{\tilde{t}} + \phi_{\tilde{x}} + \dots] \quad (8.3.5)$$

Den partielle differentiaalligning for Φ (5.6) udvikles til

$$\begin{aligned} \left[\frac{1-M_{\infty}^2}{g^2} - (\gamma + 1) M_{\infty}^2 \frac{\epsilon}{g^2} \phi_{\tilde{x}} - (\gamma - 1) \frac{M_{\infty}^2 \epsilon}{g^2} k \phi_{\tilde{t}} \right] \phi_{\tilde{x}\tilde{x}} + \phi_{\eta\eta} = \\ 2 \frac{k}{g^2} M_{\infty}^2 \phi_{\tilde{x}\tilde{t}} + M_{\infty}^2 \frac{k^2}{g^2} \phi_{\tilde{t}\tilde{t}} \end{aligned} \quad (8.3.6)$$

Tangentbetingelsen antages at have formen

$$\phi_{\eta}(\tilde{x}, \pm 0) = \pm \frac{\tau}{\varepsilon g} [f'_0(\tilde{x}) + f'_{1\tilde{x}}(\tilde{x}, t)] \quad |\tilde{x}| < 1 \quad (8.3.7)$$

og for at ligningerne (.6) og (.7) for $k \rightarrow 0$ kan antage formen (8.1.18 og .19), så fås, idet

$$\bar{k} = k / (M_{\infty}^{(2m-2)} \tau^{2/3}) \quad (8.3.8)$$

$$\begin{aligned} [K - (\gamma + 1)\phi_{\tilde{x}} - (\gamma - 1)\bar{k} M_{\infty}^{(2m-2)} \tau^{2/3}] \phi_{\tilde{x}\tilde{x}} + \phi_{\eta\eta} = \\ 2\bar{k} \phi_{\tilde{x}\tilde{\xi}} + \bar{k} M_{\infty}^{(2m-2)} \tau^{2/3} \phi_{\tilde{\xi}\tilde{\xi}} \end{aligned} \quad (8.3.9)$$

hvor

$$K = (1 - M_{\infty}^2) / (M_{\infty}^{2m} \tau^{2/3})$$

samt

$$\phi_{\eta}(\tilde{x}, \pm 0) = \pm M_{\infty}^{(2-3m)} [f'_0(\tilde{x}) + f'_{1\tilde{x}}(\tilde{x}, t)] , \quad |\tilde{x}| < 1 \quad (8.3.10)$$

Trykkoefficienten findes til

$$C_p = \tau^{2/3} M_{\infty}^{(2m-2)} (-2\phi_{\tilde{x}} - 2\bar{k} M_{\infty}^{(2m-2)} \tau^{2/3} \phi_{\tilde{\xi}}) \quad (8.3.11)$$

Specielt for lav-frekvensgrænsen haves

$$[K - (\gamma + 1)\phi_{\tilde{x}}]\phi_{\tilde{x}\tilde{x}} + \phi_{\eta\eta} = 2\bar{k} \phi_{\tilde{x}\tilde{\xi}} \quad (8.3.12)$$

$$C_p = \tau^{2/3} M_{\infty}^{(2m-2)} (-2\phi_{\tilde{x}})$$

Angående behandlingen af shockbetingelser henvises til reference [5]. Vi vil endvidere ikke i denne rapport komme ind på løsningen af ovenstående ligninger, men henviser til referencerne [4, 5 og 6].

8.4 RANDBETINGELSER

Udvides betragtningerne i afsnittene 8.1 og .2 til også at omfatte ikke-symmetriske konstellationer, så bliver tangent-betingelsen

$$\phi_{\eta}(x, 0\pm) = M_O^{(2-3m)} \left(\pm f' + \frac{\kappa}{\tau} h' - \frac{\alpha}{\tau} \right), \quad |x| < 1 \quad (8.4.1)$$

hvor (κh) er et udtryk for profilets krumning, og α er profilets indfaldsvinkel.

Cirkulationen findes af ligning (3.6), og idet referencelængden også her er den halve korde, så fås

$$\Gamma = -U_O \oint [1 + E + \varepsilon \phi_x] dx + \varepsilon g \phi_{\eta} dy, \quad |x| < 1 \quad (8.4.2)$$

eller da

$$C_L = \Gamma / (\ell U_O) \quad (8.4.3)$$

$$C_L = -\varepsilon \oint (\phi_x dx + \phi_{\eta} d\eta) = -\varepsilon \oint d\phi, \quad |x| < 1 \quad (8.4.4)$$

For at få en éntydig definition af cirkulationen, lægges et snit for: $\eta=0$ og $x>1$, altså

$$\phi(x, \eta=0+) - \phi(x, \eta=0-) = - \oint d\phi = -\gamma_O \quad (8.4.5)$$

og dermed

$$C_L = \varepsilon \gamma_O = \varepsilon \bar{C}_L \quad (8.4.6)$$

eller

$$C_L = \tau^{2/3} M_O^{(2m-2)} \bar{C}_L \quad (8.4.7)$$

Randbetingelsen for den ydre-rand bliver

$$(\phi_x, \phi_\eta) \rightarrow (0,0) \quad \text{for} \quad \sqrt{x^2 + \eta^2} \rightarrow \infty \quad (8.4.8)$$

Det er dog ved de numeriske beregninger en fordel (det giver hurtigere konvergens) at benytte en fjernfelts løsning på den ydre rand, i stedet for at benytte betingelsen: $(\phi_x, \phi_\eta) = (0,0)$

Fjernfelts betingelsen udledes her i princippet som angivet i [7]. Det er det symmetriske tilfælde, men rotation tillades.

Differentialoperatoren L defineres som (se ligning (8.2.17))

$$L\phi \equiv K_0(\eta)\phi_{xx} + \phi_{\eta\eta} = \frac{1}{2}(\gamma + 1)(\phi_x)_x^2 + M_0^2 \phi_\eta E_\eta \quad (8.4.9)$$

med randbetingelserne (8.2.18) og (.8)

Desuden betragtes fundamentalløsningen G

$$LG \equiv K_0(\eta)G_{xx} + G_{\eta\eta} = \delta(\psi-x, z-\eta) \quad (8.4.10)$$

hvor δ er Dirach's Deltafunktion.

Herefter dannes et planintegral

$$\iint_{-\infty}^{\infty} (GL\phi - \phi LG) d\psi dz = \iint_{-\infty}^{\infty} GL\phi d\psi dz - \phi(x, \eta) \quad (8.4.11)$$

hvor deltafunktionens "udpriknings"-egenskab er benyttet.

Benyttes endvidere Green's anden identitet samt (.9), så fås

$$\begin{aligned} \phi(x, \eta) = & \iint_{-\infty}^{\infty} G \left[\frac{1}{2}(\gamma + 1)(\phi_\psi)_\psi^2 + M_0^2 \phi_z E_z \right] d\psi dz \\ & - \int_c (G\phi_n - \phi G_n) ds \end{aligned} \quad (8.4.12)$$

her angiver n den udadrettede normalretning til kurven c .

På højre sidens første led benyttes delvis integration

$$\begin{aligned}
 \phi(x, \eta) = & \int_{-\infty}^{\infty} \int \left[-G_{\psi} \frac{1}{2} (\gamma + 1) (\phi_{\psi})^2 + G M_O^2 \phi_z E_z \right] d\psi dz \\
 & + \int_{\text{shock}} G \frac{1}{2} (\gamma + 1) \langle (\phi_{\psi})^2 \rangle dz - \int_{\text{shock}} G \left[K \langle \phi_{\psi} \rangle dz - \langle \phi_z \rangle d\psi \right] \\
 & + 2 \int_{-\infty}^{\infty} G \left. \frac{\partial \phi}{\partial z} \right|_{z=0} d\psi
 \end{aligned} \tag{8.4.13}$$

og benyttes shockbetingelsen (8.2.20) falder integralet over shockket ud

$$\begin{aligned}
 \phi(x, \eta) = & 2 \int_{-1}^{+1} G f'_{\psi} \Big|_{z=0} d\psi + \int_{-\infty}^{\infty} \int \left[-G_{\psi} \frac{1}{2} (\gamma + 1) (\phi_{\psi})^2 \right. \\
 & \left. + G M_O^2 \phi_z E_z \right] d\psi dz
 \end{aligned} \tag{8.4.14}$$

her benyttes på højre sidens første led delvis integration, hvorved udtrykket kommer til at lyde

$$\begin{aligned}
 \phi(x, \eta) = & 2 \int_{-1}^{+1} (-G_{\psi} f) \Big|_{z=0} d\psi + \int_{-\infty}^{\infty} \int \left[-G_{\psi} \frac{1}{2} (\gamma + 1) (\phi_{\psi})^2 \right. \\
 & \left. + G M_O^2 \phi_z E_z \right] d\psi dz
 \end{aligned} \tag{8.4.15}$$

Fundamentalløsningen til (.10) lyder, idet følgende antagelse indføres

$$\left| K_O(\eta) - K_O(0) \right| \ll 1$$

$$G = - \frac{1}{2\pi \sqrt{K_0(0)}} \ln \left[(x-\psi)^2 + K_0(0) (\eta-z)^2 \right]^{1/2} \quad (8.4.16)$$

Denne løsning indsættes i (.15)

$$\begin{aligned} \phi(x, \eta) = & \frac{1}{2\pi \sqrt{K_0(0)}} \int_{-1}^1 \frac{2f(x-\psi)}{(x-\psi)^2 + K_0(0) \eta^2} d\psi \\ & + \frac{1}{2\pi \sqrt{K_0(0)}} \iiint_{-\infty}^{\infty} \left\{ \frac{\frac{1}{2}(\gamma+1) (\phi_\psi)^2 (x-\psi)}{(x-\psi)^2 + K_0(0) (\eta-z)^2} \right. \\ & \left. + M_0^2 \ln \left[(x-\psi)^2 + K_0(0) (\eta-z)^2 \right]^{1/2} \phi_z E_z \right\} d\psi dz \end{aligned} \quad (8.4.17)$$

Da vi ønsker at benytte (.18) for $\sqrt{x^2 + \eta^2} \rightarrow \infty$, så fås

$$\begin{aligned} \phi(x, \eta) = & \frac{1}{2\pi \sqrt{K(0)}} \frac{x}{x^2 + K(0) \eta^2} \left\{ 2 \int_{-1}^1 f d\psi + \frac{1}{2}(\gamma + 1) D1 \right\} \\ & + \frac{M_0^2}{2\pi \sqrt{K(0)}} \frac{1}{2} \ln \left[x^2 + K(0) \eta^2 \right] D2 \end{aligned} \quad (8.4.18)$$

hvor

$$D1 = \iiint_{-\infty}^{\infty} (\phi_\psi)^2 d\psi dz, \quad D2 = - \iiint_{-\infty}^{\infty} \phi E_{zz} d\psi dz$$

her er benyttet, at med indførelse af fjernfelts betingelsen er også indført, at: $\phi \rightarrow 0$ for $|\eta| \rightarrow \infty$.

I det ikke symmetriske tilfælde kommer det største bidrag fra cirkulationen, og som fjernfelts betingelsen kan her benyttes

$$\phi(x, \eta) = - \frac{\gamma_0}{2\pi} \text{Arg} \left(\tilde{x}^2 + \sqrt{\tilde{x}^2 - 1} \right) \quad (8.4.19)$$

hvor

$$\tilde{x} = x + i \sqrt{K(0)} \eta \quad \text{og} \quad i \quad \text{er den imaginære enhed.}$$

Udledelsen af (.20) kan findes i reference [10].

8.5 SHOCKBØLGE MODSTAND

Gennem et shock øges entropien, og denne entropistigning giver et tab i bevægelsesmængden i strømningsretningen og dermed en modstand: shockbølge modstanden.

Benytter man de eksakte isentropiske ligninger på bevarelsesform og de tilhørende shock spring betingelser, så kan man ikke beregne den i den simulerede strømning forekommende shockbølge modstand. Benytter man imidlertid de pertuberede ligninger, så bevares bevægelsesmængden kun til og med anden orden (se f.eks. reference [8]), og da entropiforøgelsen er lille, af tredje orden, så kan man med resultaterne fra de pertuberede ligningssystemer beregne shockbølge modstand (dette er vist hos Bailey [9]).

Shockbølge modstanden beregnes som, idet D er modstanden

$$C_D \equiv \frac{D}{\frac{1}{2} \rho_0 U_0^2 c} = \oint C_p \left. \frac{dy}{dx} \right|_{\text{profil}} ds \quad (8.5.1)$$

specielt for et symmetrisk profil fås

$$C_D = 2 \frac{\tau^{5/3}}{M_0^{(2-2m)}} \int \bar{C}_p f' dx \quad (\eta=0+) \quad (8.5.2)$$

d.v.s. shockbølge modstanden er for $M_\infty < 1$ proportional med $\tau^{5/3}$

$$C_D = \tau^{5/3} M_0^{(2m-2)} \bar{C}_D \quad (8.5.3)$$

9. NUMERISKE METODER FOR PERTUBEREDE LIGNINGER

Det første rapporterede resultat fra beregning af transonisk strømning om et givet profil, udført helt og holdent på datamaskine, stammer fra 1968 (Reference [13]). Grundligningerne (2.1 - .4) samt (3.3) benyttes på instationær form, og ved at formulere problemet som et begyndelsesværdiproblem opnås den stationære løsning for tiden gående mod uendeligt. Shock dannes automatisk ved overgang fra overlyd til underlyd, idet de approksimerende endelige differencer er af en Lax-Wendroff type, hvorved trunkeringsfejl "optræder" som viskos dissipation. De beregnede resultater viser fin overensstemmelse med forsøgsresultater (når man tager hensyn til grænselagseffekten), men metoden er så langsom, at selv når der tages hensyn til de senere fremkomne forbedringer, må den forkastes som praktisk brugelig. (Metoden er nærmere beskrevet i reference [14]).

En praktisk anvendelig metode (det vil her sige, at regnetiden på en IBM 370/165 er på under 20 min CPU-tid), blev introduceret i 1970 af Murman og Cole [15] til løsning af de pertuberede transoniske ligninger, og den skal her beskrives nærmere.

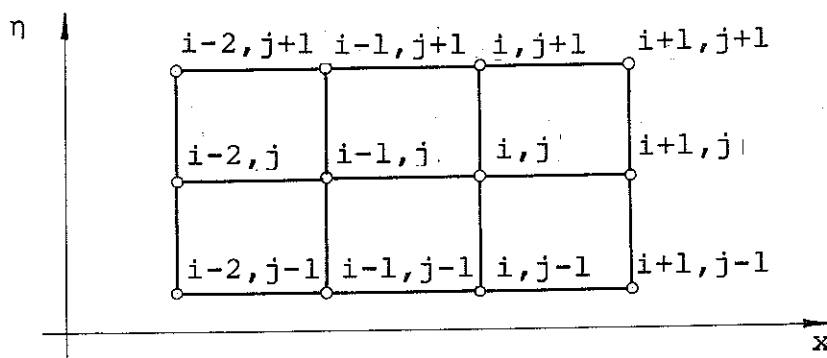
9.1 ENDELIGE DIFFERENSER FOR "ROTATIONS-FRI" LIGNING

Typen af differentiaalligningen (8.1.18) afhænger af størrelsen

$$W = K - (\gamma + 1)\phi_x \quad , \quad (9.1.1)$$

er $W > 0$, er ligningen elliptisk, og er $W < 0$, så er ligningen hyperbolsk, og det fundamentale med Murman og Cole's løsningsmetode ligger i brugen af symmetriske differensformer når $W > 0$, og opstrøms differensformer når $W < 0$. I overgangen mellem underlyd (elliptisk) og overlyd (hyperbolsk) og viceversa benyttes specielle differensformer.

I det senere benyttede datamaskine program er netinddelingen ikke konstant, men vi vil i det følgende for nemheds skyld antage, at den er det.



Skitse 9.1.1

Idet følgende notation benyttes

$$[\phi_x]_{i+\frac{1}{2},j} = (\phi_{i+1,j} - \phi_{i,j})/\Delta x$$

og

(9.1.2)

$$[\phi_\eta]_{i,j+\frac{1}{2}} = (\phi_{i,j+1} - \phi_{i,j})/\Delta \eta$$

da bliver differensformuleringen, i det elliptiske tilfælde, med differentialligningen (8.1.18) skrevet på bevarelsesform

$$\begin{aligned} & \{ [K\phi_x - \frac{1}{2}(\gamma + 1)\phi_x^2]_{i+\frac{1}{2},j} - [K\phi_x - \frac{1}{2}(\gamma + 1)\phi_x^2]_{i-\frac{1}{2},j} \} / \Delta x \\ & + \{ [\phi_\eta]_{i,j+\frac{1}{2}} - [\phi_\eta]_{i,j-\frac{1}{2}} \} / \Delta \eta = 0 \end{aligned}$$

(9.1.3)

og med (.2) indsat i (.3) fås

$$\begin{aligned} & \{ K - (\gamma + 1)[\phi_{i+1,j} - \phi_{i-1,j}]/2\Delta x \} \cdot \\ & [\phi_{i+1,j} - 2\phi_{i,j} + \phi_{i-1,j}]/\Delta x^2 + \\ & [\phi_{i,j+1} - 2\phi_{i,j} + \phi_{i,j-1}]/\Delta \eta^2 = 0 \end{aligned}$$

(9.1.4)

Denne anden ordens differensoperator er elliptisk, og dermed stabil, hvis følgende størrelse er positiv

$$[W_e]_{i,j} = \{K - (\gamma + 1)[\phi_{i+1,j} - \phi_{i-1,j}]/2\Delta x\} \quad (9.1.5)$$

dette er fundet ved lineær stabilitetsundersøgelse.

I det hyperbolske tilfælde lyder operatoren

$$\begin{aligned} & \{K - (\gamma + 1)[\phi_{i,j} - \phi_{i-2,j}]/2\Delta x\} \cdot \\ & [\phi_{i,j} - 2\phi_{i-1,j} + \phi_{i-2,j}]/\Delta x^2 + \\ & [\phi_{i,j+1} - 2\phi_{i,j} + \phi_{i,j-1}]/(\Delta \eta)^2 = 0 \end{aligned} \quad (9.1.6)$$

Denne opstrøms differensoperator er implicit og af første orden. Den skal være af en opstrøms type for at hindre, at forstyrrelser udbreder sig nedstrøms (overlydstilfældet). Ved at vælge en implicit differensform undgår man, at netpunkternes afstande får indflydelse på stabiliteten. Endelig viser det sig, at differensformen skal være af første orden, idet det giver en trunkeringsfejl, der er overvejende dissipativ, d.v.s. en viskositet er introduceret. Valgte man en anden ordens differensformulering, viser det sig, at den overvejende trunkeringsfejl bliver dispersiv.

Operatoren (.6) kan ved en lineær stabilitetsanalyse vises at være stabil, hvis følgende størrelse er negativ

$$[W_h]_{i,j} = K - (\gamma + 1)[\phi_{i,j} - \phi_{i-2,j}]/2\Delta x \quad (9.1.7)$$

For at sikre stabiliteten ses da, at hvis

$$[W_e]_{i,j} > 0 \quad \text{og} \quad [W_h]_{i,j} > 0 \quad (9.1.8)$$

så skal den elliptiske operator benyttes i punkt (i,j) (underlydsstrømning),

og hvis

$$[W_e]_{i,j} < 0 \quad \text{og} \quad [W_h]_{i,j} < 0 \quad (9.1.9)$$

da skal den hyperbolske operator benyttes i (i,j) (overlydsstrømning).

I overgangsområderne skal der benyttes specielle operatorer. Ved strømning fra underlyd til overlyd, d.v.s. hvis

$$[W_e]_{i,j} < 0 \quad \text{og} \quad [W_h]_{i,j} > 0 \quad (9.1.10)$$

da benyttes den parabolske differensoperator

$$[\phi_{i,j+1} - 2\phi_{i,j} + \phi_{i,j-1}]/\Delta\eta^2 = 0 \quad (9.1.11)$$

Passerer man imidlertid fra overlyd til underlyd, må man for at få shock spring betingelser (ligning (8.1.23) opfyldt indføre en særlig shockpunkt operator (påvist bl.a. af Murman [16]).

Operatoren benyttes, hvis

$$[W_e]_{i,j} > 0 \quad \text{og} \quad [W_h]_{i,j} < 0 \quad (9.1.12)$$

og definitionen er

$$\begin{aligned} & [W_e]_{i,j} [\phi_{i+1,j} - 2\phi_{i,j} + \phi_{i-1,j}]/\Delta x^2 + \\ & [W_h]_{i,j} [\phi_{i,j} - 2\phi_{i-1,j} + \phi_{i-2,j}]/\Delta x^2 + \\ & [\phi_{i,j+1} - 2\phi_{i,j} + \phi_{i,j-1}]/\Delta\eta^2 = 0 \end{aligned} \quad (9.1.13)$$

Ved benyttelse af denne operator fås den rette spring betingelse, hvilket vi her vil vise for tilfældet med normalshock. Shockket antages at ligge mellem netpunkterne $i = I - 1$ og $i = I$. Summeres den hyperbolske operator: $i = -\infty, \dots, I - 1$ og adderes dertil shockpunkt operatoren $i: i = I$ samt summen af den elliptiske operator: $i = I + 1, \dots, +\infty$, da

fås som resultat

$$\begin{aligned} & \{K(\phi_{I,j} - \phi_{I-1,j})/\Delta x - \frac{1}{2}(\gamma + 1)[(\phi_{I,j} - \phi_{I-1,j})/\Delta x]^2\} - \\ & \{K(\phi_{I-1,j} - \phi_{I-2,j})/\Delta x - \frac{1}{2}(\gamma + 1)[(\phi_{I-1,j} - \phi_{I-2,j})/\Delta x]^2\} \\ & = 0 \\ & (9.1.14) \end{aligned}$$

eller i grænsen

$$[K \phi_x - \frac{1}{2}(\gamma + 1)\phi_x^2]_2 - [K \phi_x - \frac{1}{2}(\gamma + 1)\phi_x^2]_1 = 0 \quad (9.1.15)$$

altså det rette resultat. Det bemærkes, at shockket ved den numeriske beregning spredes over tre netpunkter.

Det kan endvidere vises, at i grænsen $\Delta x \rightarrow 0$ giver shockpunktoperatoren også for det skrå shock den rigtige spring betingelse.

9.2 ENDELIGE DIFFERENSER FOR "ROTATIONS"-LIGNING

Da leddet på højre side i ligning (8.2.17) ikke ændrer shockbetingelsen i forhold til det rotationsfrie tilfælde, vælger vi at behandle det som et selvstændigt kildeled.

Antages det, at E kan skrives som

$$E = \sum_{n=1}^N [A_n \cos(n \kappa y) + B_n \sin(n \kappa y)] \quad (9.2.1)$$

hvor κ er bølgetallet, da bliver det transoniske bølgetal

$$\bar{\kappa} = \kappa/\tau^{1/3} M_O^m \quad (9.2.2)$$

d.v.s.

$$E = \sum_{n=1}^N [A_n \cos(n \bar{\kappa} \eta) + B_n \sin(n \bar{\kappa} \eta)] \quad (9.2.3)$$

For at finde den endelige differensformulering, foretages først en omskrivning

$$\phi_{\eta} E_{\eta} = (\phi E_{\eta})_{\eta} - \phi E_{\eta\eta} \quad (9.2.4)$$

og, idet vi benytter

$$(\phi_{\eta} E_{\eta})_{i,j} = \frac{1}{2} (\phi_{\eta} E_{\eta})_{i,j+\frac{1}{2}} + \frac{1}{2} (\phi_{\eta} E_{\eta})_{i,j-\frac{1}{2}} \quad (9.2.5)$$

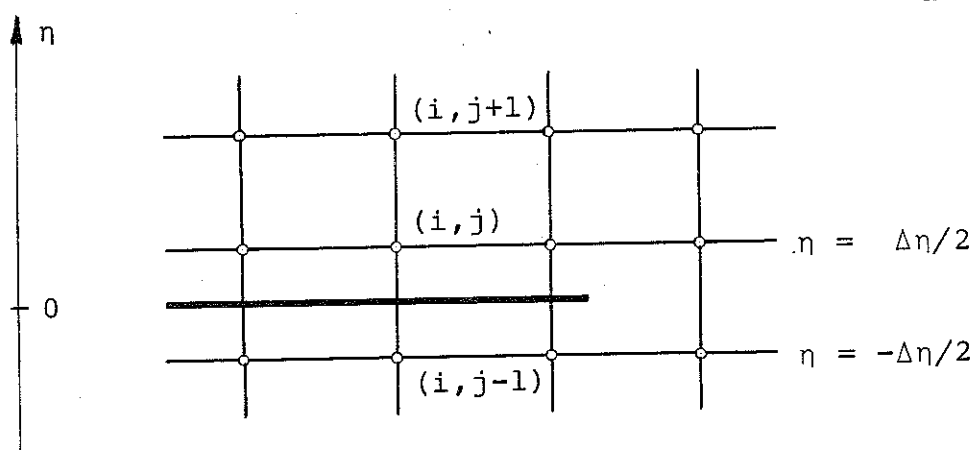
da får vi som endelig differensform

$$\begin{aligned} (\phi_{\eta} E_{\eta})_{i,j} = \frac{1}{2 \Delta \eta} \{ & \phi_{i,j+1} (E_{\eta} - \frac{1}{2} \Delta \eta E_{\eta\eta})_{i,j+1} \\ & - \phi_{i,j} (\Delta \eta E_{\eta\eta})_{i,j} - \phi_{i,j-1} (E_{\eta} - \frac{1}{2} \Delta \eta E_{\eta\eta})_{i,j-1} \} \end{aligned} \quad (9.2.6)$$

i ligning (8.2.17) er K_0 ikke en funktion af x , hvorved de samme endelige differensformer som i det rotationsfrie tilfælde kan benyttes.

9.3 RANDBETINGELSER

I det benyttede program ligger $\eta = 0$ mellem to netlinier



Skitse 9.3.1

og med punktet (i, j) placeret ved $\eta = \Delta\eta/2$ anvendes tangentbetingelsen på følgende måde

$$[\phi_{\eta\eta}]_{i,j} = \frac{1}{\Delta\eta} \left[\frac{\phi_{i,j+1} - \phi_{i,j}}{\Delta\eta} - \phi_{\eta}(0+) \right] \quad (9.3.1)$$

For kildeleddet i rotationsligningen (8.2.17) med differensformuleringen (9.2.6) indføres tangentbetingelsen på følgende vis

$$(\phi_{\eta} E_{\eta})_{i,j} = \frac{1}{2} \{ (\phi_{\eta} E_{\eta})_{i,j+\frac{1}{2}} + \phi_{\eta}(\eta = 0+) \cdot (E_{\eta})_{i,j-\frac{1}{2}} \} \quad (9.3.2)$$

eller

$$\begin{aligned} (\phi_{\eta} E_{\eta})_{i,j} = \frac{1}{2} \left\{ \left[(\phi E_{\eta})_{i,j+1} - (\phi E_{\eta})_{i,j} \right] / \Delta\eta \right. \\ \left. - \frac{1}{2} (\phi E_{\eta\eta})_{i,j+1} - \frac{1}{2} (\phi E_{\eta\eta})_{i,j} \right. \\ \left. + \phi_{\eta}(\eta = 0+) \cdot \left[\frac{1}{2} (E_{\eta})_{i,j} + \frac{1}{2} (E_{\eta})_{i,j-1} \right] \right\} \end{aligned} \quad (9.3.3)$$

og $\phi_{\eta}(\eta = 0+)$ findes udfra ligning (8.4.1).

Ved beregning af strømning om profiler med opdrift, indgår bestemmelsen af cirkulationen - ligningerne (8.4.2 - .7) - som en del af den iterative løsning.

I differensoperatorerne for $x > 1$ og $\eta = \Delta\eta/2$ inkorporeres potentialspringet på en sådan måde, at hastighederne varierer kontinuert over linien: $x > 1$ og $\eta = 0$

$$\begin{aligned} [\phi_{\eta\eta}]_{i,j} &= \frac{1}{\Delta\eta} \left[\frac{\phi_{i,j+1} - \phi_{i,j}}{\Delta\eta} - \frac{\phi_{i,j} - (\phi_{i,j-1} + \gamma_n)}{\Delta\eta} \right] \\ &= (\phi_{i,j+1} - 2\phi_{i,j} + \phi_{i,j-1} + \gamma_n) / \Delta\eta^2 \end{aligned} \quad (9.3.4)$$

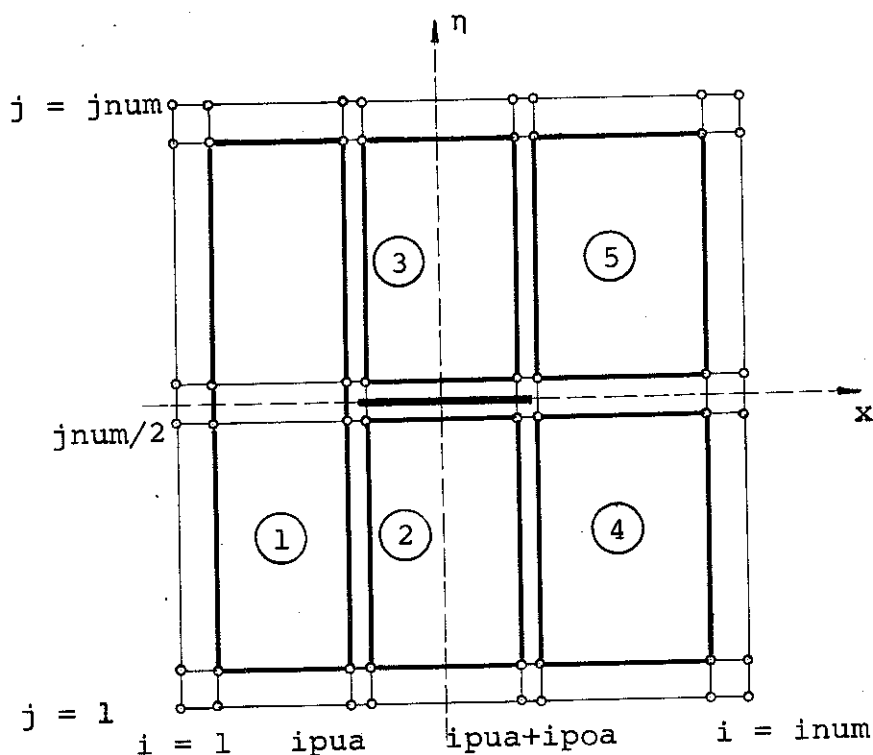
Løsningsproceduren bliver da: man gætter et $\gamma_n = \gamma_1$, hvorefter randværdierne på den ydre rand kan beregnes, og ligning (.4) benyttes, og der benyttes samme værdi for potentialspringet på hele stykket $x > 1$. Når iterationen på ϕ så er foretaget som beskrevet nedenfor, bestemmes et nyt potentialspring ($= \gamma_{n+1}^{te}$) ved ekstrapolation mod $(\eta = 0)$ ved bagkanten, og den nye værdi for γ bestemmes ved relaxation

$$\gamma_{n+1} = \gamma_n + \omega (\gamma_{n+1}^{te} - \gamma_n) \quad (9.3.5)$$

dette fortsættes, indtil en konvergent værdi for potentialspringet $= \gamma_0$ er opnået. Krupp foreslår brugen af $\omega = 1,5$.

9.4 RELAXATIONS PROCEDURE

(x, η) -planen inddeles i så store rektangulære områder som muligt



Skitse 9.4.1

Proceduren startes enten ved, at ϕ bestemmes i hele planen v.h.j.a. en singularitetsmetode (Hess-metode) eller også benyttes resultatet fra en simulering af strømningen om samme profil, men ved et andet Machtal. Ved hjælp af fjernfeltsbetingelsen beregnes ϕ på den ydre rand, og derefter gennemkøres områderne ① til ⑤ (se skitse .1). For hver netlinie ($x = \text{konstant}$) undersøges i de enkelte punkter hvilken differensform, der skal benyttes, og der opstilles følgende ligningssystem

$$\underline{A} \vec{\phi}_i = \vec{f}_i \quad (9.4.1)$$

hvor \underline{A} er en tridiagonalmatrix, og

$$\vec{\Phi}_i = \begin{pmatrix} \phi_{i,2} \\ \phi_{i,3} \\ \vdots \\ \phi_{i,J-1} \end{pmatrix} \quad (9.4.2)$$

og \vec{f}_i er en vektor, der af afhængig af $\vec{\Phi}_{i-2}$, $\vec{\Phi}_{i-1}$, $\vec{\Phi}_i$ og $\vec{\Phi}_{i+1}$.

Er der kun elliptiske og paraboliske punkter, er ligningssystemet (.1) lineært og kan løses direkte ved elimination. Er der derimod hyperbolske og/eller shockpunkter, bliver systemet ikke-lineært, og der benyttes da en Newton-metode til løsning. D.v.s., det antages, at man kender en vektor: $\vec{\Phi}_i^0$, der ligger meget nær løsningen, hvorefter

$$\vec{\Phi}_i = \vec{\Phi}_i^0 + \vec{\epsilon}_i \quad (9.4.3)$$

og ved at antage

$$(\phi_{i,j})^2 = (\phi_{i,j}^0)^2 + 2\epsilon_{i,j} \quad (9.4.4)$$

så kan det nye ligningssystem løses med hensyn til $\vec{\epsilon}_i$ ved alm. elimination, og

$$(\vec{\Phi}_i^0)_{ny} = (\vec{\Phi}_i^0)_{gl} + \vec{\epsilon}_i \quad (9.4.5)$$

denne iteration fortsætter så, indtil den ønskede nøjagtighed er opnået. Den således bestemte løsning $\vec{\Phi}_i^+$ relaxeres med den ved det foregående sweep bestemte løsning

$$\vec{\Phi}_i^{n+1} = \omega \vec{\Phi}_i^+ + (1 - \omega) \vec{\Phi}_i^n \quad (9.4.6)$$

som relaxationsfaktor benyttes $\omega = 1,92$ i det lineære tilfælde, og $\omega = 0,95$ i det ikke-lineære tilfælde.

9.5 BESTEMMELSE AF SCALING

Udledelsen af pertuberede transoniske ligningssystemer v.hj.a. matchede asymptotiske rækker, fastlægger som set i kapitel 8 ikke éntydigt den benyttede scaling. Denne "frihedsgrad" blev af Krupp [11] benyttet til valg af følgende scaling-stationært

og rotationsfrit

$$\begin{aligned}
 K &= (1 - M_\infty^2) / (\tau^{2/3} M_\infty) \\
 \eta &= \tau^{1/3} M_\infty^{2/3} y \\
 \phi_\eta(x, 0) &= f'(x) \quad |x| < 1 \\
 C_p &= \frac{\tau^{2/3}}{M_\infty^{3/4}} (-2\phi_x)
 \end{aligned} \tag{9.5.1}$$

Ved sammenligning med ligningerne (8.1.18 - .21) vil man finde, at denne scaling ikke er konsistent, men både Krupp - Murman og Cole fandt, at den gav det bedste udfald, når resultaterne blev sammenlignet med shockfrie hodografløsninger for superkritiske profiler (Vi vil herefter benævne scalingen Murman-Cole's scaling).

Murman og Cole bemærker dog i reference [12], ved sammenligning af beregnede shockpositioner og forsøgsresultater for et NACA 0012 profil, at den fundne uoverensstemmelse ikke kun kan tilskrives shockbølge - grænselag's - sammenspillet. Et forsøg på forklaring gives dog ikke.

Foruden den ovennævnte scaling har nærværende forfatter benyttet følgende konsistente scaling

$$\begin{aligned}
 K &= (1 - M_\infty^2) / (\tau^{2/3} M_\infty^{5/4}) \\
 \eta &= \tau^{1/3} M_\infty^{5/8} y \\
 \phi_\eta(x, 0) &= M_\infty^{1/8} f'(x) \quad |x| < 1 \\
 C_p &= (\tau^{2/3} / M_\infty^{3/4}) \bar{C}_p \\
 C_L &= (\tau^{2/3} / M_\infty^{3/4}) \bar{C}_L \\
 C_D &= (\tau^{5/3} / M_\infty^{3/4}) \bar{C}_D
 \end{aligned} \tag{9.5.2}$$

Foruden valget af scaling, resterer valget af netdeling, idet netdelingen ved profilets forreste del kan forventes at have

en vis indflydelse på resultatet. De pertuberede ligninger er udledt under forudsætning af, at profiltangenthældningen ikke bliver meget større end 1, og denne betingelse er ikke opfyldt for de profiler, der her skal undersøges. De har alle lodret tangent ved forkanten. Problemet klares i første omgang let, idet der ikke anbringes beregningspunkter lige ved forkanten. Men i anden omgang viser det uheldige sig, at den løsning, man får, i høj grad er afhængig af netdelingen i x-aksens retning. Inddelingen i η -aksens retning har kun begrænset indflydelse. Der er foretaget undersøgelse med to forskellige net. Som det ses af Tabel .1 har Net 1 71 punkter i x-aksens retning, og Net 2 har tilsvarende 67 punkter. I begge tilfælde er inddelingen den samme i η -aksens retning. En forskel i brugen af de to net er, at ved Net 1 er der benyttet ekstrapolation til $\eta = 0$ ved beregning af trykkoefficienten. Denne ekstrapolation er undladt ved Net 2, idet det fandtes, at denne udeladelse gav bedre overensstemmelse ved sammenligning med andre resultater. Profiltabellerne, der benyttes, er fundet hos Lock i reference [19]. Vi benytter et NLR-profil med $\tau = 0,1578$ ved $M_\infty = 0,756$, og et NACA 0012 profil med $\tau = 0,119$ ved $M_\infty = 0,77$.

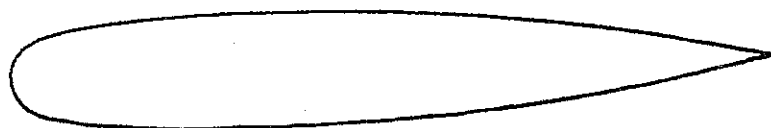
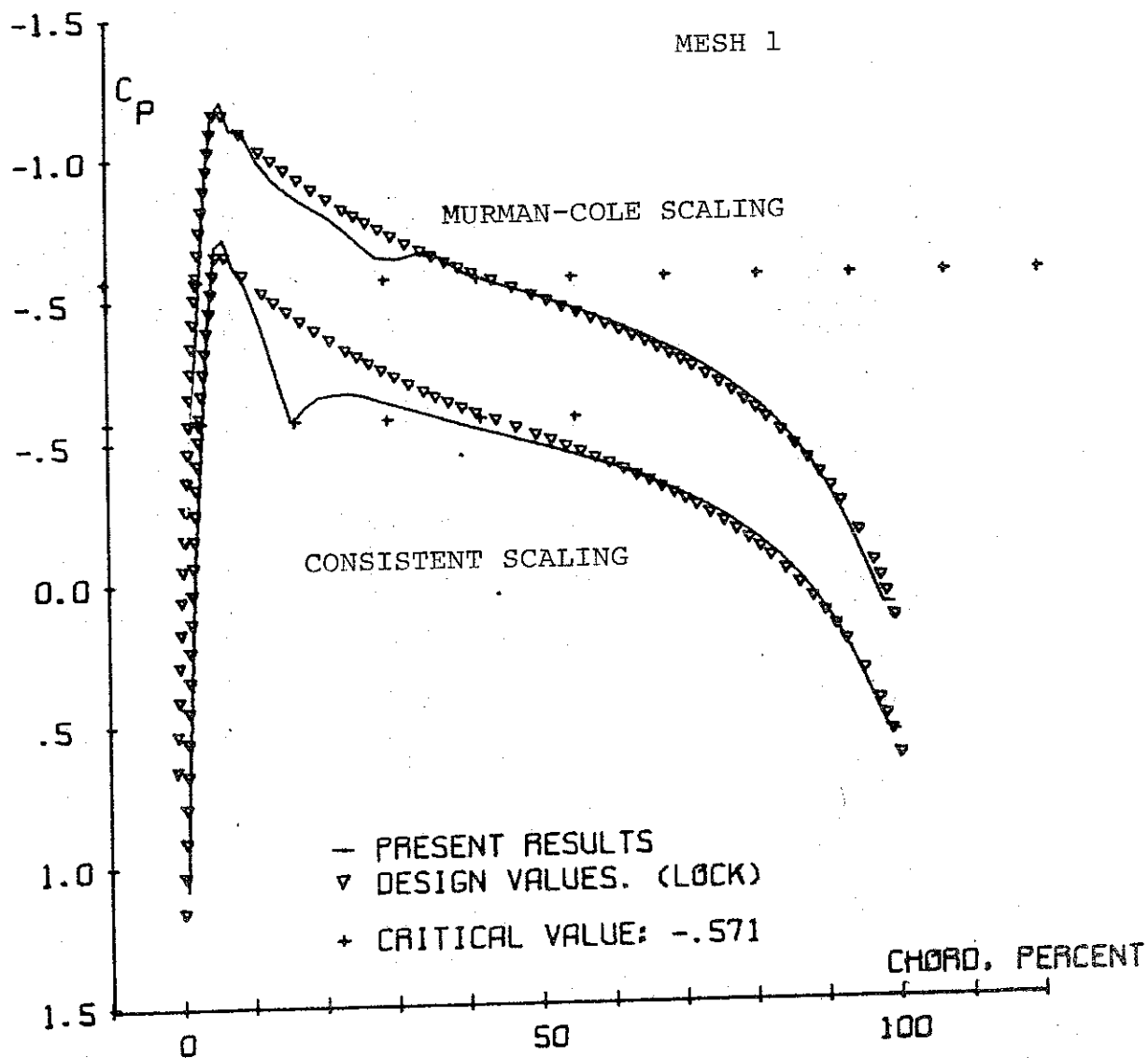
På Figurerne .1 og .2 ses resultaterne for NLR-profilet. Murman-Cole's scaling (M-C-scaling) ses (Fig.1) ved brugen af Net 1 at give en trykfordeling, der ligger nærmere den ideelle hodrogr afløsning for den fulde potentialligning end den konsistente gør. Men ved brug af Net 2 (Fig.2) ses, at M-C-scalingen giver en kraft på profilet, der er en del større end den, som den ideelle trykfordeling giver, og det må antages at være urealistisk.

På Figurerne .3 og .4 ses resultater fra beregning af strømning om et NACA 0012 profil. Nærværende forfatters resultater er på begge figurer sammenlignet med resultater beregnet med Kacprzyński's metode [17]. Figur .3 viser, at M-C-scalingen giver en shockposition, der er placeret for langt nedstrøms (shockpositionen er regnet som det punkt, hvor $M_{\text{lokal}} = 1$ og

Net 1		Net 2			
I	X-AKSE	I	X-AKSE	J	η -AKSE
1	-3.58000	1	-3.62017	1	-4.67999
2	-2.88000	2	-3.09188	2	-4.08153
3	-2.30000	3	-2.66584	3	-3.55541
4	-1.86900	4	-2.32226	4	-3.09289
5	-1.57900	5	-2.04518	5	-2.68628
6	-1.42900	6	-1.82172	6	-2.32882
7	-1.33400	7	-1.64152	7	-2.01457
8	-1.26900	8	-1.49619	8	-1.73830
9	-1.21800	9	-1.37899	9	-1.49543
10	-1.17300	10	-1.28448	10	-1.28192
11	-1.13800	11	-1.20826	11	-1.09421
12	-1.07800	12	-1.24679	12	-0.92920
13	-1.05200	13	-1.09722	13	-0.78413
14	-1.03000	14	-1.05724	14	-0.65660
15	-1.01000	15	-1.02500	15	-0.54448
16	-0.99000	16	-0.99200	16	-0.44592
17	-0.98000	17	-0.97000	17	-0.35927
18	-0.96000	18	-0.95000	18	-0.28310
19	-0.94000	19	-0.92000	19	-0.21613
20	-0.92000	20	-0.88000	20	-0.15726
21	-0.89800	21	-0.83500	21	-0.10550
22	-0.87400	22	-0.87500	22	-0.06000
23	-0.84600	23	-0.73500	23	-0.02000
24	-0.81000	24	-0.68500	24	0.02000
25	-0.77000	25	-0.63500	25	0.06000
26	-0.73000	26	-0.58500	26	0.10550
27	-0.69000	27	-0.53500	27	0.15726
28	-0.65000	28	-0.48500	28	0.21613
29	-0.61000	29	-0.43500	29	0.28310
30	-0.57000	30	-0.39000	30	0.35927
31	-0.53000	31	-0.33000	31	0.44592
32	-0.48800	32	-0.26000	32	0.54448
33	-0.44200	33	-0.19000	33	0.65660
34	-0.39000	34	-0.11000	34	0.78413
35	-0.33000	35	-0.03000	35	0.92920
36	-0.26000	36	0.05000	36	1.09421
37	-0.19000	37	0.13000	37	1.28192
38	-0.11000	38	0.21000	38	1.49543
39	-0.03000	39	0.29000	39	1.73830
40	0.05000	40	0.36000	40	2.01457
41	0.13000	41	0.42000	41	2.32882
42	0.21000	42	0.47000	42	2.68628
43	0.29000	43	0.52000	43	3.09289
44	0.36000	44	0.57000	44	3.55541
45	0.42000	45	0.62000	45	4.08153
46	0.47000	46	0.67000	46	4.67999
47	0.52000	47	0.72000		
48	0.57000	48	0.77000		
49	0.62000				
50	0.67000				
51	0.72000	67	3.09188		
52	0.77000				

Som Net 2

TABEL 9.5.1



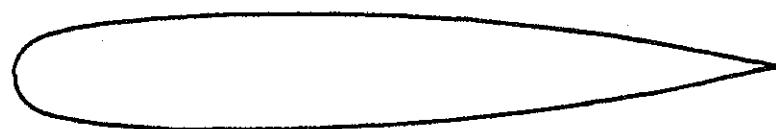
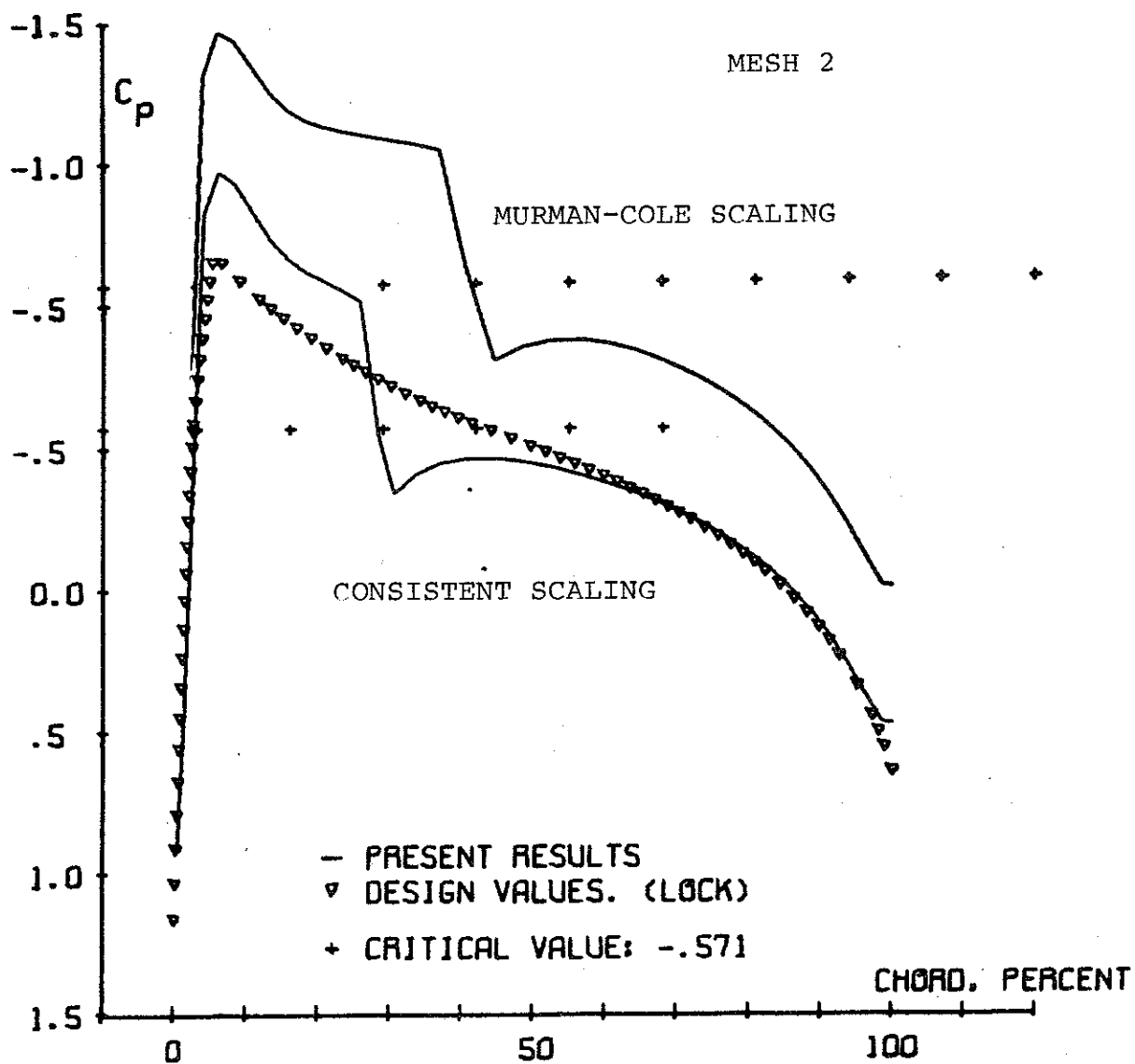
NLR SECTION(13) 0.1025-0.675-1.375

T/C = .1578

CL = .0000

MACHNO. = .7560

Fig. 9.5.1



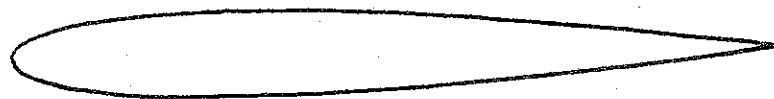
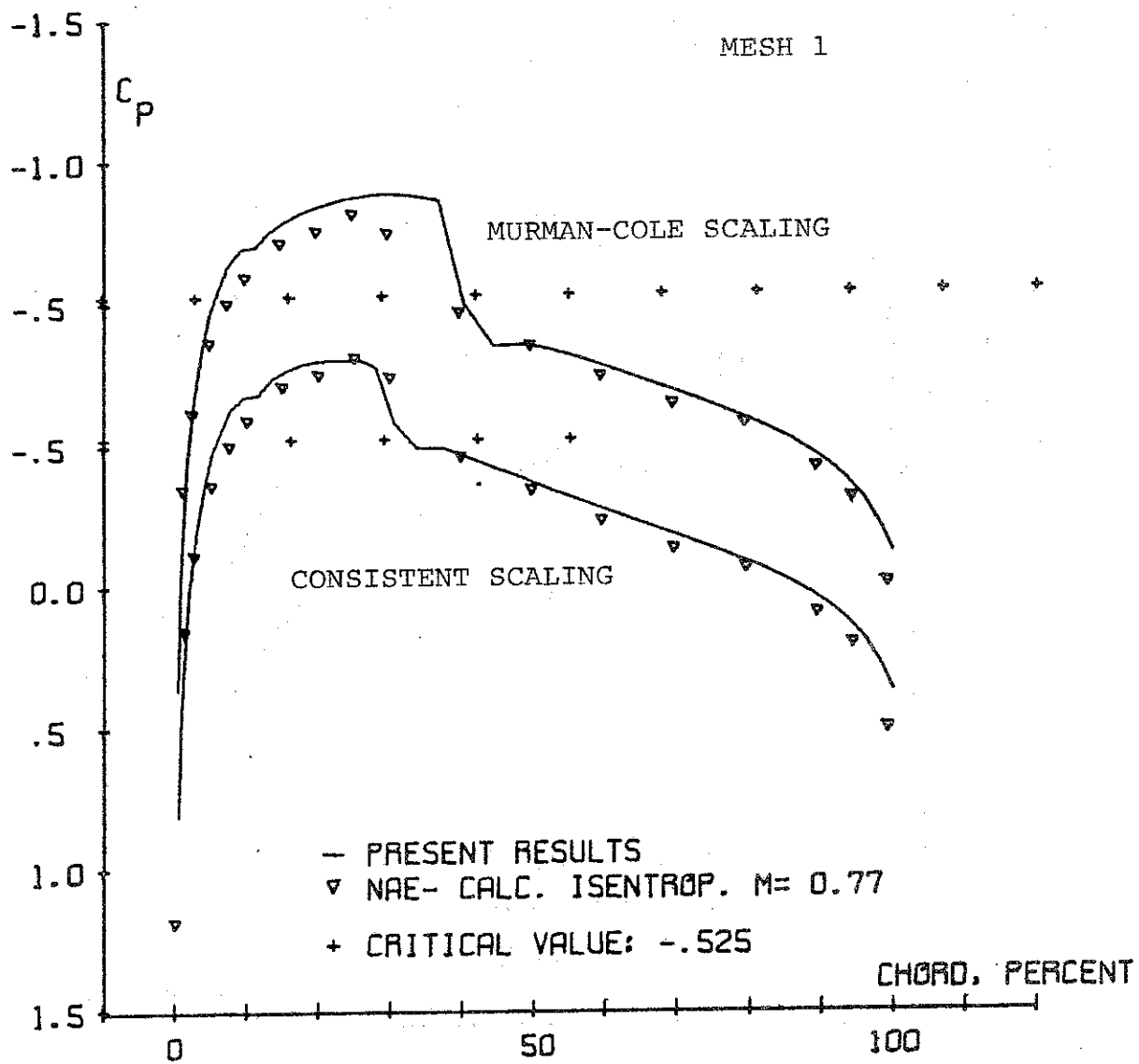
NLR SECTION(13) 0.1025-0.675-1.375

T/C= .1578

CL= .0000

MACHNO.= .7560

Fig. 9.5.2



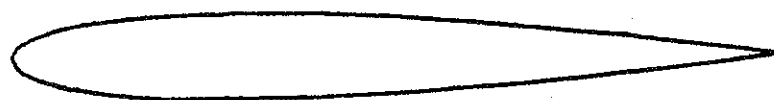
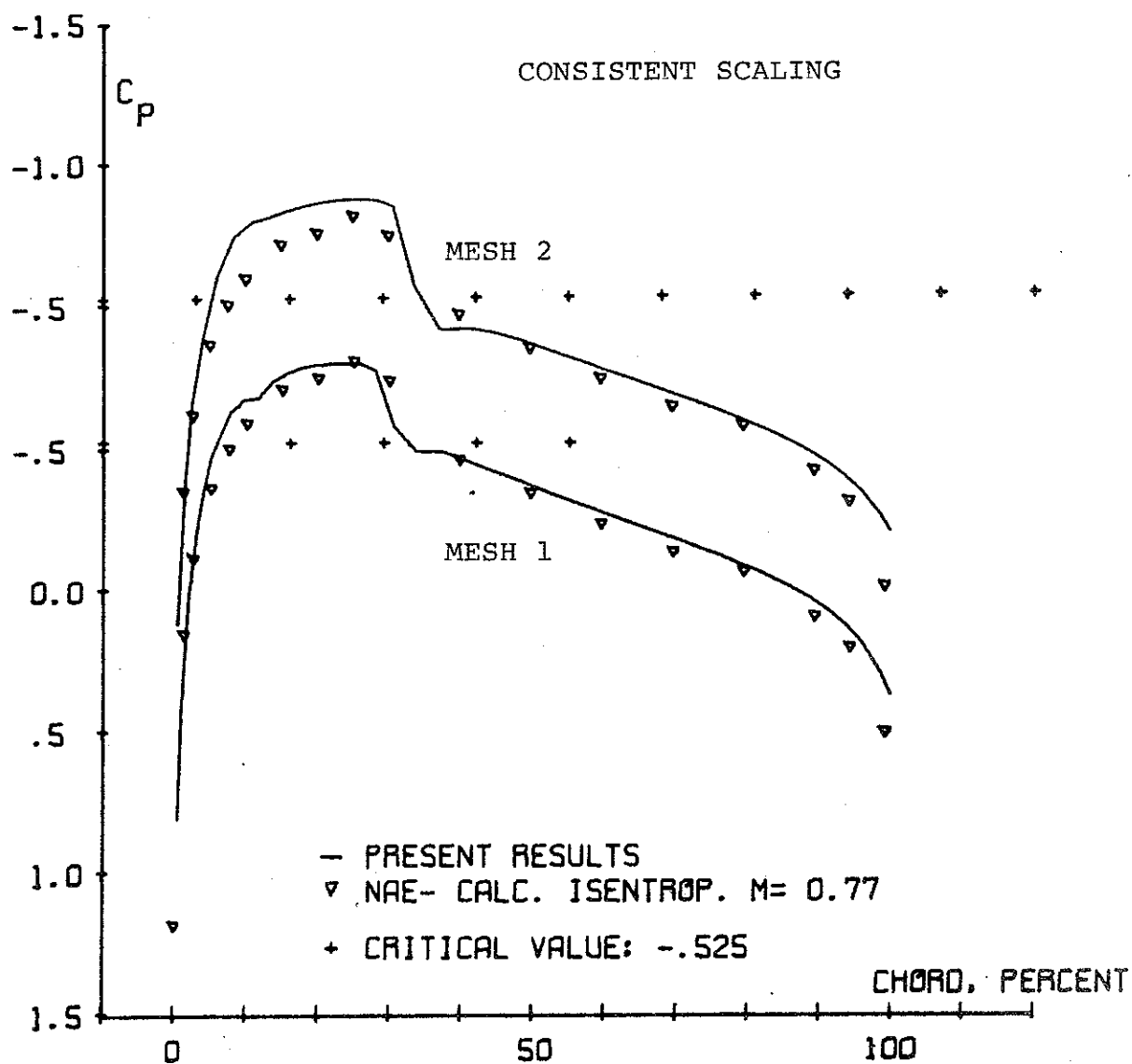
NACA SECTION 0012

T/C= .1190

CL= .0000

MACHNO.= .7700

Fig. 9.5.3



NACA SECTION 0012

T/C= .1190

CL= .0000

MACHNO.= .7700

Fig 9.5.4

$C_p = C_{p\text{-kritisk}}$). Målte shockpositioner [12] ligger ved $x = 0,32$ eller længere opstrøms ved $Re_\infty \approx 4 \cdot 10^6$, og selv om grænselaget forskyder shockket opstrøms, så er der på ingen måde tale om så stor en indflydelse, når shockket ligger på profilets forreste del. Udfra disse eksempler vælges den konsistente scaling, men vi vil senere i rapporten (under udviklingen af den viskose metode), for at underbygge ovennævnte påstand, vise resultater fra benyttelsen af begge scalingsformer.

Ved de inviskose beregninger vil vi benytte Net 1. Ved de senere beregninger med grænselag vil vi benytte Net 2, men modificerer ved benyttelsen af Riegels Factor (Kacprzyński [17]),

$$f'(x) := \frac{f'(x)}{\sqrt{1 + [\tau f'(x)]^2}} \quad |x| < 1$$

Det skal bemærkes, at Riegels Factor skal benyttes med omhu, idet den ved visse netformer ikke giver den store overhastighed ved forkanten på profiler af NLR-typen.

10. RESULTATER FRA INVISKOSE BEREGNINGER

Alle resultater, der præsenteres i denne rapport, er for symmetriske profiler. I alle tilfælde er feltet beregnet for både $\eta > 0$ og $\eta < 0$. Dette er ikke nødvendigt for det symmetriske tilfælde, men det viste sig meget nyttigt under programopbygningen, idet programmerings- eller hulle-fejl ofte gav sig tilkende ved et asymmetrisk felt. Desuden er det lettere at udbygge programmet til også at kunne simulere strømning om profiler med opdrift. Den ekstra iteration (Kapitel 8.5) som cirkulationen er årsag til, vil ikke øge regnetiden pr. iteration væsentligt, kun antallet af iterationer forøges.

Flowdiagrammer for programmer findes i Appendix A, sammen med formerne for input. I Appendix B vises eksempler på output fra programmerne, og i Appendix C er programkomplekset listet.

Fig. .1 viser trykfordelingen for et NACA 0012 profil. Resultatet, der sammenlignes med, er beregnet v.h.j.a. Kacprzyński's metode [17]. På figuren er den kritiske værdi den værdi, der svarer til $M_{\text{lokal}} = 1$. Foruden $\tau = T/c = 0,119$ og $M_{\infty} = 0,77$ er angivet den beregnede shockbølgeomdstand. Den er beregnet som (8.5.2)

$$\bar{C}_D = 2 \int_0^1 \bar{C}_p f'(x) dx \quad (10.1)$$

hvor trykværdierne er transformeret fra $(-1 < x < 1)$ systemet til et $(0 < x < 1)$ system. Usikkerheden på den størrelse er

$$C_D: = C_D + 0,0005 \quad (10.2)$$

$$C_D: = C_D - 0,0000$$

en væsentlig årsag til denne usikkerhed er den grove netdeling ved shockket, den burde i $(0 < x < 1)$ systemet ikke overstige $\Delta x = 0,01$.

På figuren er desuden angivet $Re_{\infty} = 99,99 \cdot 10^6$, og et $Re_{\infty} > 98 \cdot 10^6$ angiver, at der er regnet inviskost.

Ser man på Figurerne .1 og .2 ses, at det er muligt med de pertuberede transoniske ligninger at regne på stumpe (Blunt)-profiler. Måske er der visse irregulariteter på de første 10% af profilet, men trykfordelingen på resten af profilet er uanfægtet.

Der er regnet på endnu et af de superkritiske NLR-profiler. Resultatet ses på Figur .3. Som på Figur .2 er der sammenlignet med den ideelle løsning (Profilet er beregnet udfra denne trykfordeling). På den forreste halvdel er overensstemmelsen ikke god, og med den konsistente scaling kan resultatet kun forbedres ved indlæggelse af flere netlinier. Scalingen vil ikke blive ændret på grundlag af resultater fra NLR-profiler, idet det ses, at en lille ændring af nettet giver stor ændring af resultatet.

Figur .4 viser resultater fra et NACA 64A006 profil. Der sammenlignes her med forsøgsresultater fra Holland [18]. Forsøget er foretaget ved $Re \approx 3 \cdot 10^6$, om evt. blockage vides intet. Man ser på denne figur det ønskelige i at kunne tage hensyn til grænselaget, idet den store forskel på shockplaceringen må tilskrives grænselagets indflydelse.

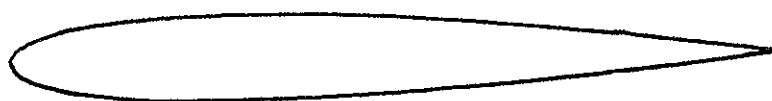
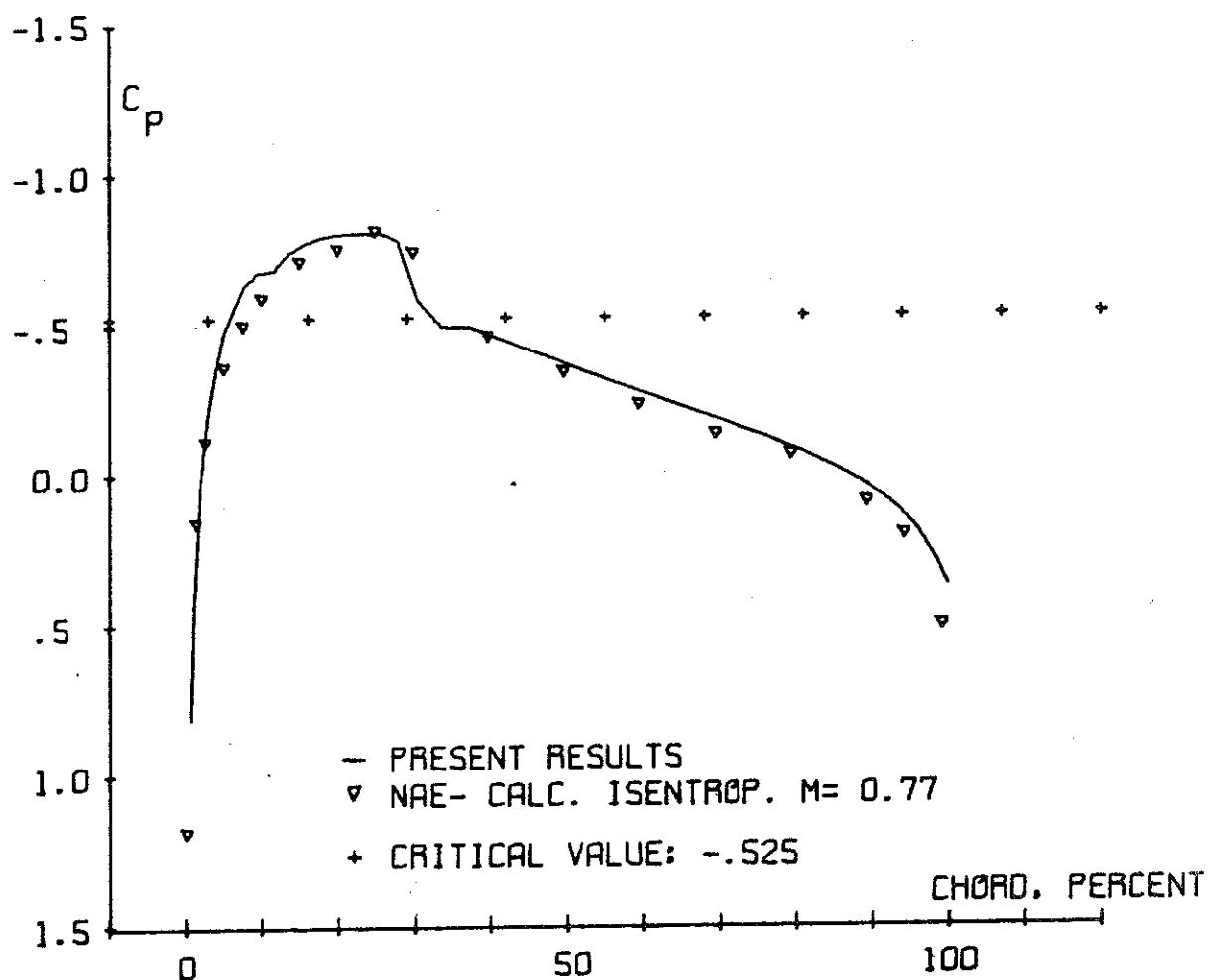
Vi vil ved de viskose resultater senere i rapporten se, at forsøgsresultater fra forsøg foretaget for samme profil under "samme" betingelser på forskellige institutioner giver forskellige resultater.

Figur .5 viser beregningsresultater fra strømning med rotation.

Der er benyttet

$$E = \pm 0,03 \cdot \cos(\pi y) \quad (10.3)$$

og man ser her en forskel på shockposition af samme størrelsesorden, som den man får, når man tager hensyn til grænselaget på profilet i forhold til det inviskose tilfælde med $E = 0$.



NACA SECTION 0012

$T/C = .1190$

$CL = .0000$

$MACHNO. = .7700$

$ALFA = .0000 \text{ DEG}$

$CD = .0001$

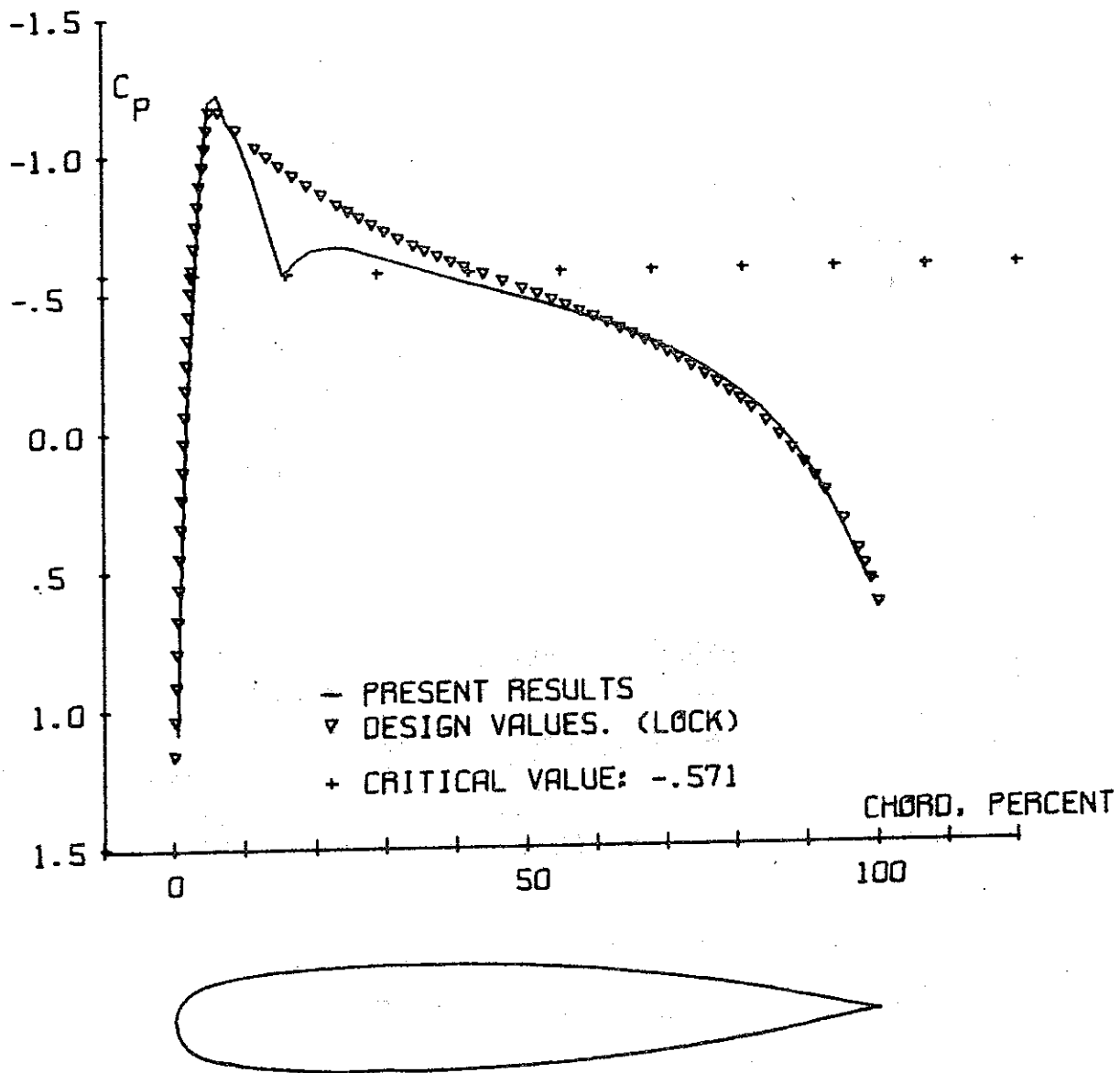
$RE = 99.99 \times 10^6$

NUMBER OF ITERATIONS=488

RUN:2734

76-2/6 O. FANOE

Fig. 10.1



NLR SECTION(13) 0.1025-0.675-1.375

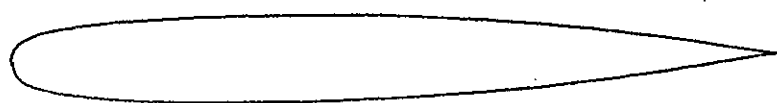
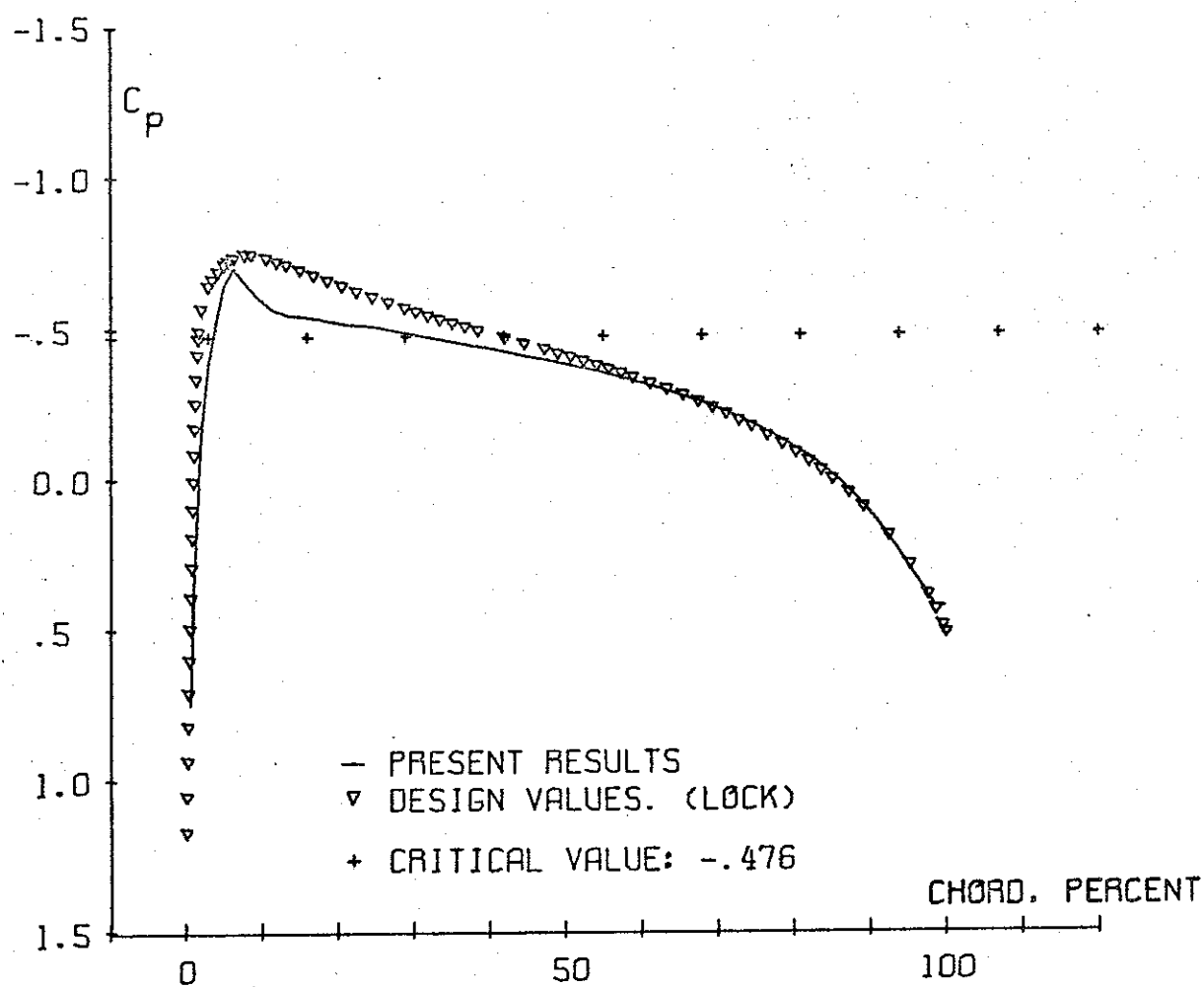
$T/C = .1578$ $CL = .0000$ $MACHNO. = .7560$
 $ALFA = .0000 \text{ DEG}$ $CD = .0009$ $RE = 99.99 \times 10^6$

NUMBER OF ITERATIONS=527

RUN:2712

76-2/3 0. FANOE

Fig. 10.2



NLR SECTION(06) 0.1100-0.750-1.250

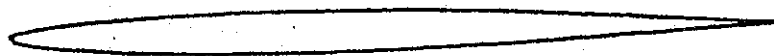
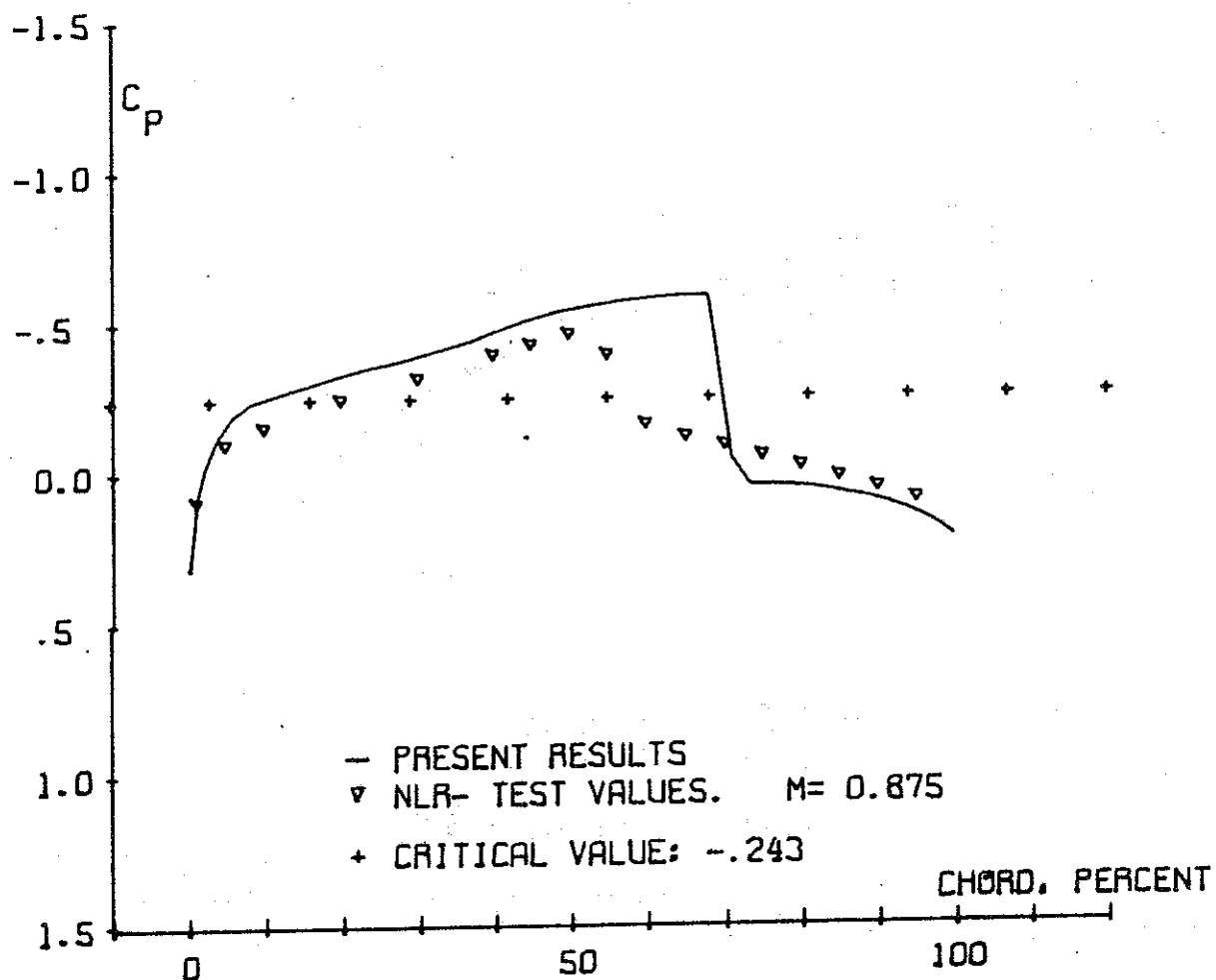
$T/C = .1162$ $CL = .0000$ $MACHNO. = .7860$
 $ALFA = .0000 \text{ DEG}$ $CD = 0.0000$ $RE = 99.99 \times 10^{**6}$

NUMBER OF ITERATIONS=452

RUN:2813

76-2/23 O. FANOE

Fig. 10.3



NACA SECTION 64A006

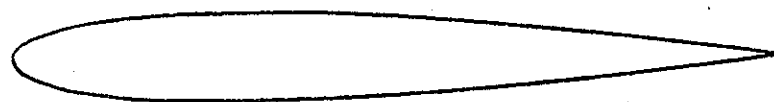
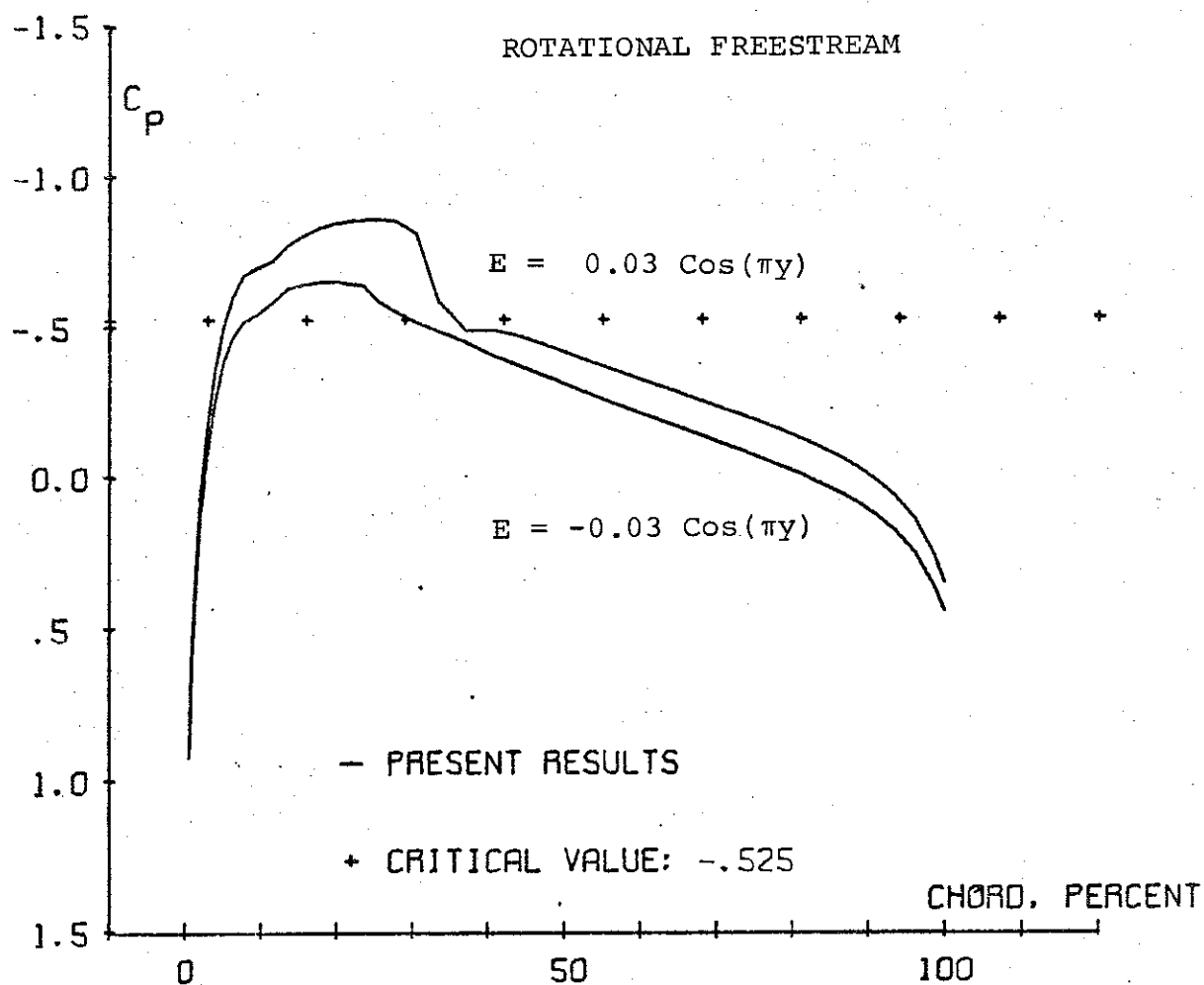
$T/C = .0600$ $CL = .0000$ $MACHNO. = .8750$
 $ALFA = .0000 \text{ DEG}$ $CD = .0050$ $RE = 99.99 \times 10^6$

NUMBER OF ITERATIONS = 423

RUN: 2618

76-1/16 O. FANOE

Fig. 10.4



NACA SECTION 0012

$T/C = .1190$

$CL = .0000$

$MACHNO. = .7700$

$ALFA = .0000 \text{ DEG}$

$RE = 99.99 \times 10^6$

Fig. 10.5

11. GRÆNSELAGSBEREGNING

Som tidligere vist [10] er det ønskeligt at kunne tage hensyn til grænselagets indflydelse på trykfordelingen ved den numeriske simulering, idet den inviskose forudsigelse af shockkets placering bliver dårligere og dårligere, jo nærmere fristrøms-machtallet nærmer sig $M_\infty = 1$. Yderligere vil vi med grænselag kunne forvente at få en bedre værdi for modstandstallet C_D og dermed mulighed for at kunne forudsige det Machtal, der er grænsen før den voldsomme modstandsstigning sætter ind (Drag divergence).

Grænselaget, der bestemmes ved en integralmetode, antages ved beregningerne at starte laminart, men størstedelen antages at være turbulent. For Reynoldstallet baseret på profillængden antages $Re_\infty > 3,0 \cdot 10^6$.

Shock tillades frit at udvikle sig i forbindelse med det fuldt udviklede turbulente grænselag. Det fuldt udviklede turbulente grænselag fortsætter efter profilet som kølvand, som dog beregnes ved en tilnærmet metode.

Det skal bemærkes, at som referencelængde benyttes her overalt korden.

11.1 KOMPRESSIBEL, LAMINAR GRÆNSELAGSBEREGNING

Det kompressible, laminare grænselag beregnes efter en enkel kvadraturmetode, beskrevet af Rott & Crabtree [22]. Bevægelses-mængdetabstykkelsen, der er defineret som

$$\delta_2 = \int_0^\delta \frac{\rho u}{\rho_e u_e} \left(1 - \frac{u}{u_e}\right) dy_1 \quad (11.1.1)$$

den beregnes som

$$(\delta_2)_x^2 = \frac{1}{Re_\infty} 0,45 \nu_0 \left(\frac{T_0}{T_e}\right)^3 (u_e)^{-6} \int_0^x \left(\frac{T_e}{T_0}\right)^{3/2} (u_e)^5 ds \quad (11.1.2)$$

hvor suffix e angiver værdier ved randen af grænselaget, og

suffix 0 angiver stagnationspunkts værdier. Som referencestørrelser er benyttet

$$v_{-\infty}, V_{-\infty}, T_{-\infty} \text{ og } c$$

hvor suffix $(-\infty)$ angiver værdier uendeligt langt opstrøms. Grænselagstykkelsen δ er den afstand vinkelret ud fra profilet i hvilken $u/u_e = 0,995$.

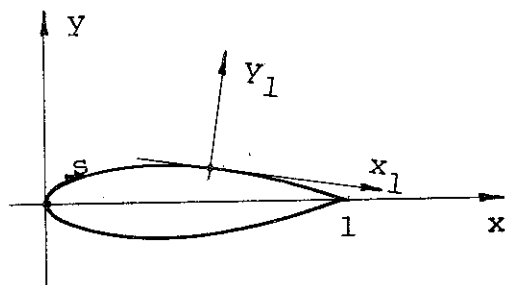
I (.2) benyttes følgende relationer

$$T_o/T_e = 1 + \frac{1}{2}(\gamma - 1)M_e^2 \quad (11.1.3)$$

$$v_e = \frac{1}{\rho_e} T_e^{3/2} (1 + S)/(T_e + S) \quad (11.1.4)$$

hvor S er en konstant, der angives til $S = 0,3424$.

Ved betragtning af følgende skitse ses det benyttede reference-system



Skitse 11.1.1

Benyttes nu $ds = dx \sqrt{1 + [f'(x)]^2}$ kan δ_2 bestemmes som funktion af x . De manglende parametre fås fra følgende sæt af relationer, δ_1 er her fortrængningstykkelsen

$$\delta_1 = \int_0^\delta \left(1 - \frac{\rho u}{\rho_e u_e}\right) dy_1 \quad (11.1.5)$$

$$H_{12} \equiv \frac{\delta_1}{\delta_2} = \frac{T_o}{T_e} [(H_{12})_i + 1] \quad (11.1.6)$$

hvor index i angiver en inkompressibel værdi. Fra Schlichting [20] pp 196,198 findes

$$(H_{12})_i = -3,20 \cdot \kappa + 2,56$$

$$\kappa = Re_{\infty} \frac{(\delta_2(x))^2}{v_o} \frac{du_e}{ds} \left(\frac{T_e}{T_o} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (11.1.7)$$

dette gælder for

$$0 < \kappa < 0,770$$

Det samme interval benyttes ved vægfriktionen

$$C_f = \frac{\tau_w}{\frac{1}{2} \rho_e u_e^2} = 2 \ell_i \frac{\mu_o}{\rho_e u_e} \frac{1}{\delta_2(x)} \frac{1}{Re_{\infty}} \quad (11.1.8)$$

$$\ell_i = 0,45 + \kappa(3,11 - 6,41 \kappa)$$

Ved at foretage en grænseovergang for $s \rightarrow 0$ finder man startværdien for δ_2

$$(\delta_2(0))^2 = 0,075 \frac{v_o}{Re_{\infty} \left(\frac{du_e}{dx} \right)_{x=0}} \quad (11.1.9)$$

hvorefter de laminare grænselagsparametre kan bestemmes

11.2 OMSLAG FRA LAMINART TIL TURBULENT GRÆNSELAG

Ved omslag antages

$$(\delta_2)_{\text{lam}} = (\delta_2)_{\text{turb}} \quad (11.2.1)$$

Når δ_2 er kendt, kan Nash & Mac Donald's metode [23] benyttes til bestemmelse af turbulente værdier for formparameteren H_{12} og vægfriktionen C_f . Ved denne metode benyttes én differential-ligning, nemlig bevægelsesmængde bevarelsesligningen på integralform

$$\frac{d\delta_2}{ds} = \frac{C_f}{2} - (H_{12} + 2 - M_e^2) \frac{\delta_2}{u_e} \frac{du_e}{ds} \quad (11.2.2)$$

de to parametre, der mangler, bestemmes ved empiri

$$C_f = \left\{ F_c^{\frac{1}{2}} \left[2,4711 \cdot \ln \left(F_R \frac{u_e \delta_2}{\nu_e} Re_\infty \right) + 4,75 \right] + 1,5 G + \frac{1724}{G^2 + 200} - 16,87 \right\}^{-2} \quad (11.2.3)$$

hvor

$$F_c^{\frac{1}{2}} = 1 + 0,066 M_e^2 - 0,008 M_e^3 \quad (11.2.4)$$

$$F_R = 1 - 0,134 M_e^2 + 0,027 M_e^3$$

og endvidere

$$G = 6,1 (\Pi + 1,81)^{\frac{1}{2}} - 1,7$$

$$H_{12} = (\bar{H} + 1) \left[1 + r \frac{1}{2} (\gamma - 1) M_e^2 \right] - 1$$

$$\bar{H} = (1 - G C_f^{\frac{1}{2}})^{-1} \quad (11.2.5)$$

$$\Pi = - \frac{H_{12}}{C_f} \frac{\delta_2}{u_e} \frac{du_e}{ds}$$

$$r = \text{recovery factor} = 0,885$$

Man ser af ovenstående, at når δ_2 samt værdier for ydre strømning er kendte, så bestemmes C_f og H_{12} ud fra (.3 - .5) ved iteration.

11.3 TURBULENT GRÆNSELAG

Det fuldt udviklede turbulente grænselag bestemmes v.hj.a. Head's entrainment metode. I denne metode, der efter Head er videreudviklet af Green, benyttes foruden bevægelsesmængde bevarelsesligningen på integralform også den såkaldte entrainment ligning

$$\frac{d\delta_2}{dx} = \frac{C_f}{2} - (H_{12} + 2 - M_e^2) \frac{\delta_2}{u_e} \frac{du_e}{dx} \quad (11.3.1)$$

$$\frac{d H_1}{dx} = \frac{1}{\delta_2} \left\{ F - H_1 \left[\frac{C_f}{2} - (H_{12} + 1) \frac{\delta_2}{u_e} \frac{du_e}{dx} \right] \right\} \quad (11.3.2)$$

hvor

$$H_{12} = \delta_1 / \delta_2 \quad (11.3.3)$$

$$H_1 = \delta_o / \delta_2 \quad (11.3.4)$$

$$\delta_o = \delta - \delta_1 \quad (11.3.5)$$

Desuden benyttes en række empiriske sammenhæng

$$F = 0,0299 (H_1 - 3)^{-0,6169} \quad (11.3.6)$$

$$\bar{H} = 1 + 1,31 (H_1 - 2,9)^{-0,9581} \quad (11.3.7)$$

hvor

$$H_{12} = (\bar{H} + 1) \left[1 + r \frac{1}{2} (\gamma - 1) M_e^2 \right] - 1 \quad (11.3.8)$$

og som recovery factor benyttes også her: $r = 0,885$.

Som friktionslov benyttes

$$F_c C_{fo} = 0,012 / [\log_{10} (F_R Re_{\delta_2} Re_{\infty}) - 0,64] - 0,00093$$

$$F_c = 0,2 r M_e^2 / [\text{Arctan}(0,2 r M_e^2)^{\frac{1}{2}}]$$

$$F_R = (0,2 r M_e^2)^{-0,702}$$

$$\bar{H}_o = [1 - 6,8 (C_{fo}/2)^{\frac{1}{2}}]^{-1}$$

$$\left(\frac{C_f}{C_{fo}} + 0,5 \right) \left(\frac{\bar{H}}{\bar{H}_o} - 0,4 \right) = 0,9 \quad (11.3.9)$$

altså en friktionslov af typen

$$C_f = C_f(M_e, \delta_2, \bar{H}) \quad (11.3.10)$$

P.gr.a. de empiriske ligninger begrænses ligningssystemets anvendelsesområde til

$$10^4 < Re_{\delta_2} < 10^5 \quad (11.3.11)$$

$$\text{hvor } Re_{\delta_2} = \left(\frac{u_e \delta_2}{\nu_e} \right)$$

Ligningssystemet angivet ovenfor er benyttet af Cook [21] til beregning af grænselag ved høje subsoniske Machtal (dvs. lokale Machtal ≤ 1) og sammenligning med experimentelle resultater gav god overensstemmelse, hvad nærværende forfatter fandt gav mulighed for også at benytte metoden i det transoniske område.

11.4 KØLVAND

Cook [21] benyttede også Head-Green's entrainment metode til beregning af turbulent kølvand ("waken"), men overensstemmelsen med de eksperimentelle resultater var ikke god. Det viste sig, at den beregnede H_{12} -værdi gik for hurtigt mod grænserværdien

$$(H_{12})_{\infty} = 1 + 0,4(M_{e\infty})^2 \quad (11.4.1)$$

For at øge regnehastigheden lidt og uden at begå for stor en fejl, antages det her, at δ_1 henfaldet i waken er eksponentielt. dvs., at δ_1 findes af

$$(\delta_1)_{\text{wake}} = (\delta_1)_{\infty} - \left[(\delta_1)_{\infty} - (\delta_1)_{x=1} \right] \exp \left\{ - \frac{A(x-1)}{[(\delta_1)_{\infty} - (\delta_1)_{x=1}]} \right\} \quad (11.4.2)$$

hvor

$$A = \left(\frac{d\delta_1}{dx} \right)_{x=1}$$

den manglende $(\delta_1)_{\infty}$ bestemmes v.hj.a. (.1) og Squire & Young's wake-lov

$$\frac{(\delta_2)_{\infty}}{\delta_2} = \left(\frac{M_e}{M_{e\infty}} \right)^{\frac{1}{2}(H_{12} + H_{12\infty} + 4)} \left(\frac{1 + 0,2 M_{e\infty}^2}{1 + 0,2 M_e^2} \right)^{\frac{1}{4}(H_{12} + H_{12\infty} + 14)} \quad (11.4.3)$$

denne wake-lov findes ved integration af bevægelsesmængde bevarelsesligningen under antagelse af, at $\ln(1/u_e)$ varierer lineært med H_{12} i waken.

Benyttes ovennævnte metode imidlertid på Cook's eksperimentelle resultater fås samme fejl som ved Green's metode. Et bedre resultat opnås, hvis der benyttes følgende relation i ligning (.2)

$$(\delta_1)_\infty = (\delta_2)_\infty \frac{(1 + 0,4 M_{e\infty})^2}{1 + 0,4 (M_{e\infty})^2} \quad (11.4.4)$$

hvor $(\delta_2)_\infty$ bestemmes udfra ligning (.1) og (.3), og selv om antallet af tilfælde hos Cook er ret begrænset, vil vi her benytte sammenhængen givet ved ligning (.4). Hældningskoefficienten i ligning (.2) bestemmes ved

$$\frac{d\delta_1}{dx} = \frac{d(H_{12} \delta_2)}{dx} = \delta_2 \frac{dH_{12}}{dx} + H_{12} \frac{d\delta_2}{dx} \quad (11.4.5)$$

hvor

$$\frac{d\delta_2}{dx} = - (H_{12} + 2 - M_e^2) \frac{\delta_2}{u_e} \frac{du_e}{dx} \quad (11.4.6)$$

Til bestemmelse af H_{12} 's afledede benyttes Squire & Young's antagelse

$$\frac{\ln(1/u_e)}{H_{12} - H_{12\infty}} = \text{konstant} = \frac{\ln(1/u_e)_{x=1+}}{(H_{12})_{x=1} - H_{12\infty}} \quad (11.4.7)$$

hvormed vi får

$$\frac{dH_{12}}{dx} = \frac{(H_{12})_{x=1} - H_{12\infty}}{\ln(u_e)_{x=1+}} \frac{1}{u_e} \frac{du_e}{dx} \quad (11.4.8)$$

Foruden på stationer på profilet så bestemmes u_e og $\frac{du_e}{dx}$ i et par punkter efter profilet så $(u_e)_{x=1+}$ og

$\left(\frac{du_e}{dx}\right)_{x=1+}$ kan bestemmes.

12. KOBLING AF GRÆNSELAGS- OG POTENTIALSTRØMSRESULTATER

For at finde den korrigerende af tangentbetingelsen vi skal foretage p.gr.a. grænselagets indflydelse, anlægger vi to forskellige synspunkter.

Først antages, at en inviskos potentialstrøm skal matches med et grænselag. Det, vi søger, er (v_e/u_e) hidrørende fra grænselaget

$$\rho_e v_e = \int_0^\delta \frac{\partial(\rho v)}{\partial y_1} dy_1 \quad (12.1)$$

benyttes kontinuitetssætningen fås

$$\rho_e v_e = - \int_0^\delta \frac{\partial(\rho u)}{\partial x_1} dy_1 = \int_0^\delta \frac{\partial}{\partial x_1} (\rho_e u_e - \rho u) dy_1 - \delta \frac{d\rho_e u_e}{dx_1} \quad (12.2)$$

eller

$$\rho_e v_e = \frac{d}{dx_1} (\rho_e u_e \delta_1) - \delta \frac{d(\rho_e u_e)}{dx_1} \quad (12.3)$$

Havde vi tilsvarende i en inviskos strømning foretaget den lille flytning δ fra væggen med betingelsen $(u,v) = (0,0)$, så havde vi fået

$$\frac{\partial(\rho_e u_e)}{\partial x_1} + \frac{\rho_e v_e}{\delta} = 0 \quad (12.4)$$

eller

$$(\rho_e v_e)_{inv} = - \delta \frac{d(\rho_e u_e)}{dx_1} \quad (12.5)$$

Bidraget fra grænselaget i ligning (.3) er altså

$$(\rho_e v_e)_{g.l.} = \frac{d}{dx_1} (\rho_e u_e \delta_1) \quad (12.6)$$

eller

$$\left(\frac{v_e}{u_e}\right)_{g.l.} = \frac{d\delta_1}{dx} + \delta_1 \frac{1}{\rho_e u_e} \frac{d(\rho_e u_e)}{dx_1} \quad (12.7)$$

og ved benyttelse af

$$\frac{1}{\rho_e} \frac{d\rho_e}{dx} = - \frac{1}{u_e} \frac{du_e}{dx} M_e^2 \quad (12.8)$$

så fås

$$\left(\frac{v_e}{u_e}\right)_{g.l.} = \frac{d\delta_1}{dx_1} + (1 - M_e^2) \frac{\delta_1}{u_e} \frac{du_e}{dx} \quad (12.9)$$

Det andet synspunkt, der kan lægges frem, er, at havde den ydre strømning, som vi matcher grænselagsresultaterne med, været inviskos, så kunne der ikke optræde shock, og som vi så i afsnit 10, så fik vi shock ved næsten alle de viste resultater. Det, vi skal matche, er en ydre viskos strømning med et grænse-lag. Det gøres v.hj.a. kontinuitetsligningen

$$\int_0^\delta \frac{\partial(\rho u)}{\partial x_1} dy_1 + \int_0^\delta \frac{\partial(\rho v)}{\partial y_1} dy_1 = 0 \quad (12.10)$$

eller

$$\frac{\partial}{\partial x_1} \int_0^\delta (\rho u) dy_1 - \rho_e u_e \frac{d\delta}{dx_1} + \rho_e v_e = 0 \quad (12.11)$$

og

$$\frac{v_e}{u_e} = \frac{d\delta_1}{dx_1} + (\delta_1 - \delta) \frac{1}{\rho_e u_e} \frac{d(\rho_e u_e)}{dx_1} \quad (12.12)$$

eller ved benyttelse af betingelsen (.8)

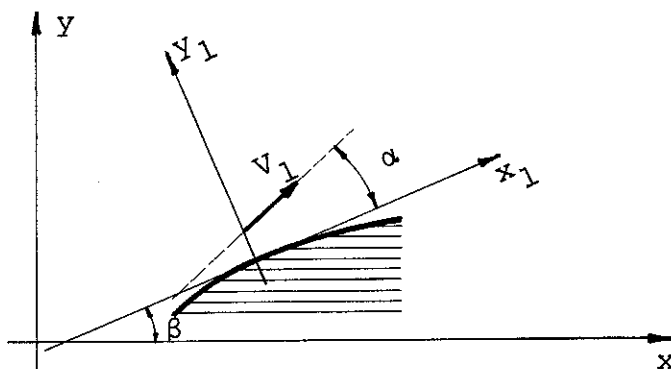
$$\left(\frac{v_e}{u_e}\right)_{g.l.} = \frac{d\delta_1}{dx_1} - (1 - M_e^2) \frac{(\delta - \delta_1)}{u_e} \frac{du_e}{dx_1} \quad (12.13)$$

man ser, at vi her får det led med (.5), som vi p.gr.a. antagelsen om den inviskose ydre strømning måtte kaste bort under udledning af (.9).

Skal vi nu vælge (.9) eller (.13)? Vi venter med at vælge, til vi har foretaget numeriske eksperimenter.

Men uafhængigt af, hvilken sammenhæng vi vælger, så skal den nye tangentbetingelse bestemmes.

Betragtes følgende skitse



Skitse 12.1

så ser vi, at

$$\tan(\alpha + \beta) = \left(\frac{v}{u}\right)_{\text{kor}} = \frac{\tan\alpha + \tan\beta}{1 - \tan\alpha \tan\beta} \quad (12.14)$$

eller som første ordens løsning

$$\left(\frac{v}{u}\right)_{\text{kor}} = \left[\tau f'(x) + \left(\frac{v_e}{u_e}\right)_{g.l.} \right] \quad (12.15)$$

Dvs. man som "profilform" får

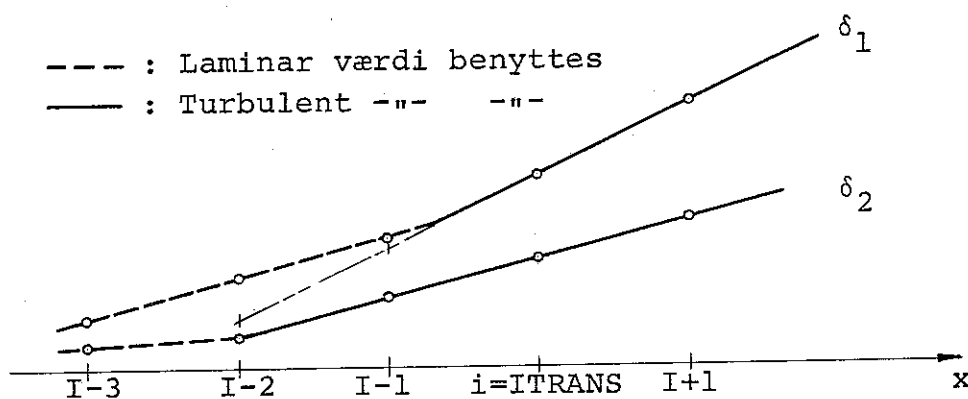
$$f'(x) + \frac{1}{\tau} \left(\frac{v_e}{u_e}\right)_{g.l.} \quad (12.16)$$

hvor bidraget fra grænselaget er enten (.9) eller (.13).

13. NUMERISKE METODER FOR GRÆNSELAGSBeregning

Ved løsning af ligningerne, der indgår i grænselagsproblemet, er den grundlæggende idé, at skridtlængden på x-aksen svarer til de netafstande, der benyttes ved den inviskose beregning. Forskellen er kun, at i det inviskose tilfælde benyttes som referencelængde den halve korde ($c/2$), og i det viskose tilfælde benyttes kordelængden som referencelængde. Dette kan lade sig gøre, da de afledede af potentialet er uafhængige af lineære skaleringer.

Omslag fra laminart til turbulent grænselag antages i alle tilfælde at ligge ved $x = 0,1$. Ifølge Nieuwland [25] stemmer det udmærket overens med, hvad man finder på profiler i fri luft. Som omslagspunkt benyttes det nærmeste nedstrøms efter 0,1 liggende netpunkt ($i = I_{\text{TRANS}}$). For at simulere et naturligt omslag (dvs. fald i H_{12} og stigning i C_f) så er det dog nødvendigt at have et omslagsområde. Fremgangsmåden ses ved betragtning af følgende skitse



Skitse 13.1

For C_f -værdier gælder, at de laminare værdier vælges til og med $(I_{\text{TRANS}} - 1)$. Fra $(i = I_{\text{TRANS}})$ og fremefter benyttes den turbulente værdi.

Ved beregningen i det laminare tilfælde benyttes en alm. trapez-regel til løsning af integralet i (11.1.1).

I punktet (ITRANS - 2) er den turbulente værdi for δ_2 lig den laminare (11.2.1), og de turbulente værdier for H_{12} og C_f findes fra ligningerne (11.2.3 - .5). Startværdien for H_1 findes fra (11.3.7 - .8) og herefter kan den egentlige løsnings procedure starte. Ligningerne løses ved en predictor-corrector metode. Idet vi af notations hensyn indfører betegnelserne

$$Y \equiv \delta_2 \quad \text{og} \quad Z \equiv H_1 \quad (13.1)$$

og højre-siderne i (11.3.1 - .2) betegnes ved f og g

$$Y' = f \quad \text{og} \quad Z' = g \quad (13.2)$$

Løsningen starter på følgende måde, idet vi her antager, at skridtlængden er konstant.

Prediction af punkt (ITRANS - 1)

$$\dot{Y}_{I-1} = Y_{I-3} + 2 \Delta x f_{I-2} \quad (13.3)$$

$$\dot{Z}_{I-1} = Z_{I-2} + \Delta x g_{I-2} \quad (13.4)$$

her har vi antaget, at δ_2 er en kontinuert-differentiabel funktion, hvorved vi også kan benytte de laminare værdier for δ_2 ved løsningen.

Modification af værdierne i (ITRANS - 1)

$$Y_{I-1} = Y_{I-3} + 2 \Delta x f_{I-2} \quad (13.5)$$

$$\dot{Z}_{I-1} = \dot{Z}_{I-2} + \frac{1}{2} \Delta x (g_{I-1} + g_{I-2}) \quad (13.6)$$

Prediction af værdier i ITRANS

$$\hat{Y}_I = -2 \dot{Y}_{I-1} + 5 Y_{I-2} - 2 Y_{I-3} + 2 \Delta x (2 \dot{f}_{I-1} - f_{I-2}) \quad (13.7)$$

$$\hat{Z}_I = \frac{1}{2} \dot{Z}_{I-1} + \frac{1}{2} Z_{I-2} + \Delta x \frac{1}{4} (7 \dot{g}_{I-1} - g_{I-2}) \quad (13.8)$$

Herefter benyttes samme formler for løsning af δ_2 - og H_1 -ligningerne,

Correction af punkt (ITRANS - 1)

$$Y_{I-1} = Y_{I-2} + \frac{1}{12} \Delta x (-\hat{f}_I + 8 \tilde{f}_{I-1} + 5 f_{I-2}) \quad (13.9)$$

Efter beregning af disse startværdier benyttes i de resterende punkter en fjerde ordens predictor-corrector.

Predictor

$$\hat{Y}_{i+1} = Y_{i-1} + \frac{1}{3} \Delta x (7 f_i - 2 f_{i-1} + f_{i-2}) \quad (13.10)$$

Corrector

$$Y_{i+1} = Y_i + \frac{1}{24} \Delta x (9 \hat{f}_{i+1} + 19 f_i - 5 f_{i-1} + f_{i-2}) \quad (13.11)$$

for at øge stabiliteten benyttes den correctede værdi som indgang til correctoren igen. Dette fortsættes indtil forskellen mellem to på hinanden følgende værdier er mindre end ϵ , den ønskede tolerance.

Beregningsproceduren bliver da denne, at for hver n-iteration af potential-beregningen opdateres grænselagsparametrene, og den nye "profilform" beregnes og benyttes ved de næste n-iterationer. Denne fremgangsmåde vil imidlertid i de fleste tilfælde føre til instabilitet og simuleringens sammenbrud. Betragtes relaxationsløsningen af hastighedspotentialet som en pseudo-tids-løsning, er det dynamisk instabilitet, der optræder, og problemet kan løses ved relaxation

$$\begin{aligned} \delta_1^{(i+n)} &= \omega \hat{\delta}_1^{(i+n)} + (1 - \omega) \delta_1^i \\ H_1^{(i+n)} &= \omega \hat{H}_1^{(i+n)} + (1 - \omega) H_1^i \end{aligned} \quad (13.12)$$

hvor $\omega = 0,006$.

Nærmer man sig separation, optræder en anden form for instabilitet, nemlig statisk instabilitet. Problemet kunne sikkert løses ved at nedsætte skridtlængden, men da dette ikke ønskes, foretages i stedet en udglatning. Til dette formål benyttes

$$Y_i: = Y_i - \frac{3}{35}(Y_{i+2} - 4 Y_{i+1} + 6 Y_i - 4 Y_{i-1} + Y_{i-2}) \quad (13.13)$$

denne sammenhæng kommer frem, hvis man benytter fem punkter til bestemmelse af en parabel (Findes hos Lanczos [27]). I næstsidste punkt bliver udtrykket for den korrigerede værdi

$$Y_{i+1}: = Y_{i+1} + \frac{1}{35}(9 Y_{i+2} - 22 Y_{i+1} + 12 Y_i + 6 Y_{i-1} - 5 Y_{i-2}) \quad (13.14)$$

tilsvarende benyttes i sidste punkt

$$Y_{i+2}: = Y_{i+2} - \frac{1}{35}(4 Y_{i+2} - 9 Y_{i+1} + 3 Y_i + 5 Y_{i-1} - 3 Y_{i-2}) \quad (13.15)$$

Med ovennævnte metode taget i anvendelse kan der regnes, indtil grænselaget afløser ved bagkanten. Optræder der imidlertid afløsning ved shockket, så simuleres et separationslignende forløb.

14. RESULTATER FRA VISKOSE BEREGNINGER

Der er udført numeriske eksperimenter med et symmetrisk NACA-0012 profil. Med Murman-Cole's scaling, Net 2 og Riegels Factor er indflydelsen af den benyttede koblingsligning undersøgt. Resultaterne er vist i tabel .1 for $Re_\infty = 20 \cdot 10^6$

M_∞	Koblingsligning (12.9) " δ_1 "		Koblingslig. (12.13) " $\delta_1 - \delta$ "	
	Shockposition	Total C_D	Shockposition	Total C_D
0,77	0,35	0,0061	0,35	0,0061
0,79	0,44	0,0104	0,44	0,0102
0,80	0,48	0,0151	0,48	0,0146
0,81	0,55	0,0223	0,51	0,0204
0,82	0,58	0,0256	0,545	0,0274
0,825	—	—	0,55	0,0308

TABEL 14.1: Koblingsligningens indflydelse på shockposition og C_D ved $Re_\infty = 20 \cdot 10^6$

Det var med koblingsligning (12.9) ikke muligt at opnå et resultat for $M_\infty = 0,825$, og som det ses på Fig .1, hvor de beregnede shockpositioner er sammenlignet med eksperimentelle, så går de beregnede shockpositioner "grassat" for $M_\infty = 0,81$ og 0,82. Da forsøg med Net 1 også giver tidligere (med hensyn til M_∞) instabilitet med (12.9), så vælges som koblingsligning (12.13), da den må siges at passe bedre i simuleringsmodellen end (12.9), og ved resultater vist senere er (12.13) altid benyttet. Det skal bemærkes, at i waken benyttes af højre-siden i (12.13) kun: $d\delta_1/dx$.

På Fig .1 ses endvidere indflydelsen af Reynold's tallet på shockpositionen. Man ser, at selv med $Re_\infty = 4 \cdot 10^6$ så giver Murman-Cole scalingen en shockposition, der ligger for langt nedstrøms. På Figur .2, hvor også Net 2 og Riegels Factor er benyttet, ses at den konsistente scaling giver shockpositioner, der stemmer fint overens med de eksperimentelt bestemte.

Shockposition

Murman-Cole scaling:

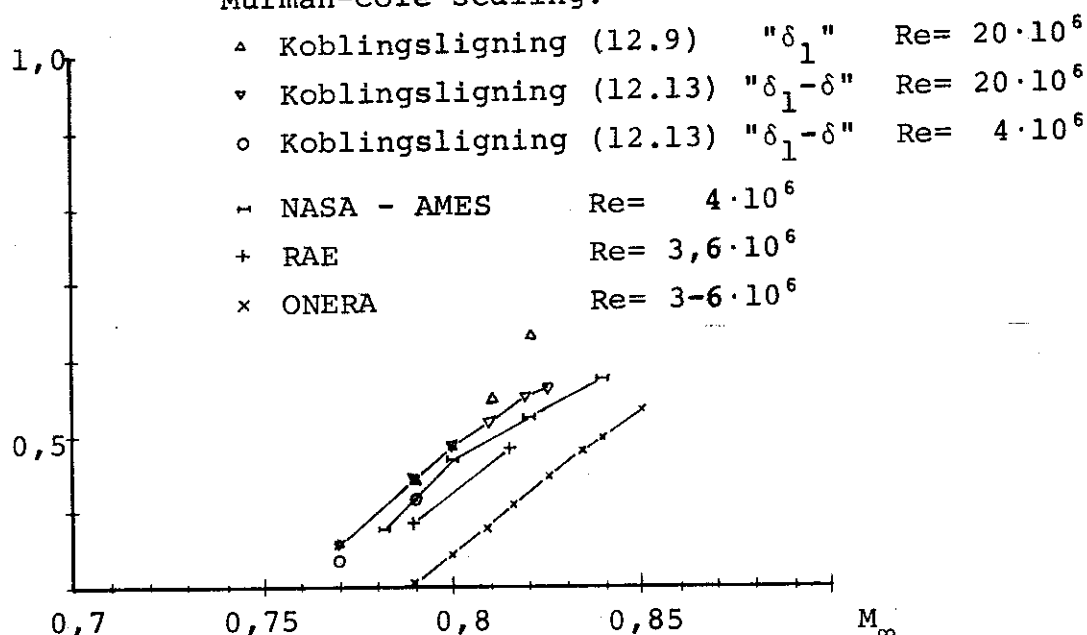


Fig. 14.1: Shockposition som funktion af machtal for et NACA 0012 profil ved $\alpha = 0^\circ$

Man bemærker ved de eksperimentelle resultater en stor variation på de bestemte shockpositioner. Selv om man tager hensyn til usikkerheden ved profilform, forskellen i beliggenheden af omslagspunkt (laminar-turbulent) og rotation i fristrømmen (Fig. 10.5) så synes forskellen stadig stor. Så stor, at man nok kan betvivle, hvor "to-dimensionale" forsøgsbetingelserne har været.

De med den konsistente scaling beregnede totalmodstande (shockbølge + grænselags-modstande) for $Re_\infty = 4 \cdot 10^6$ er på Figur 3 afbildet som funktion af M_∞ og er sammenlignet med resultater for shockbølgemodstand beregnet af Murman & Cole [12]. Man vil bemærke, at adderer man til M. & C's resultater, de 0,0061 som er C_D fra grænselaget før shockbølgemodstanden begynder at komme, ja så fås god overensstemmelse, og i [12] vises netop, at M. & C's scaling giver god overensstemmelse med eksperimentelle data, når man på passende vis tager hensyn til den viskose "grundmodstand".

Shockposition

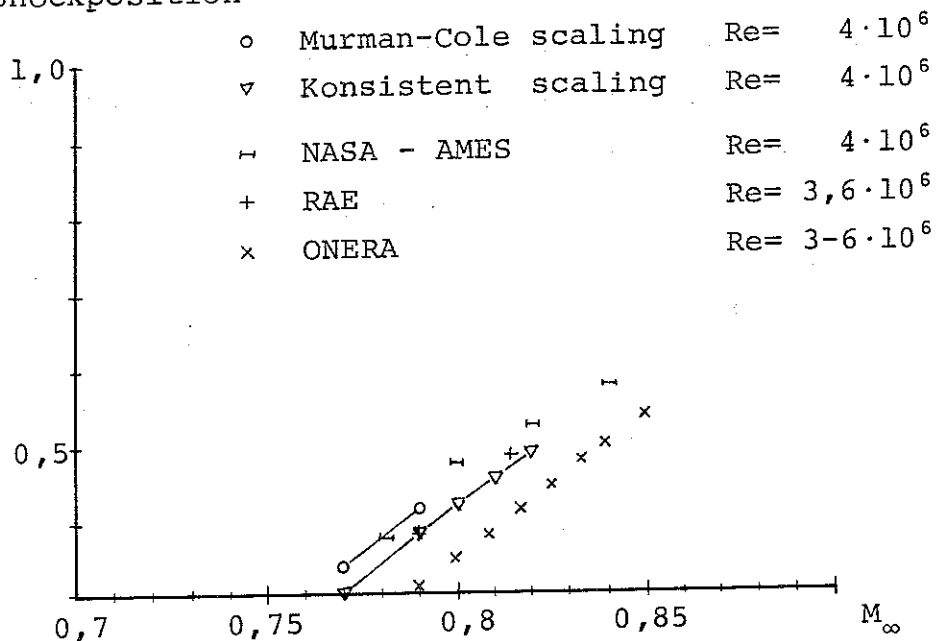


Fig. 14.2: Shockposition som funktion af machtal for et NACA 0012 profil ved $\alpha = 0^\circ$

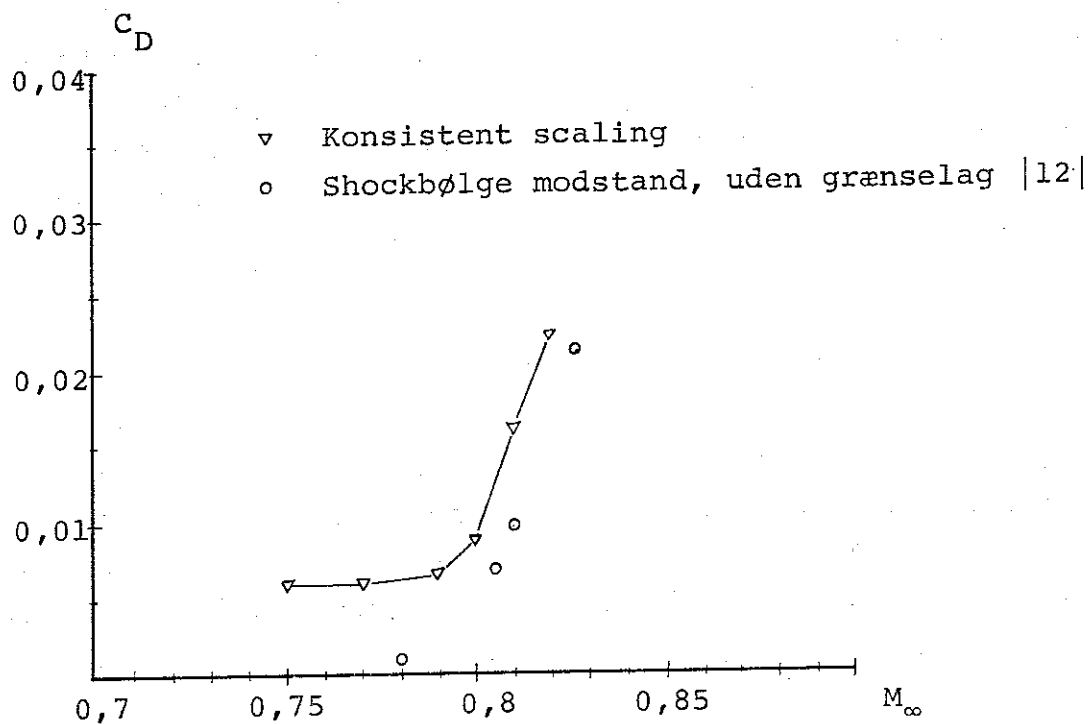


Fig. 14.3: Modstand som funktion af machtal

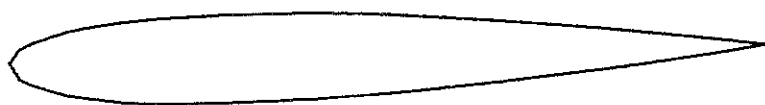
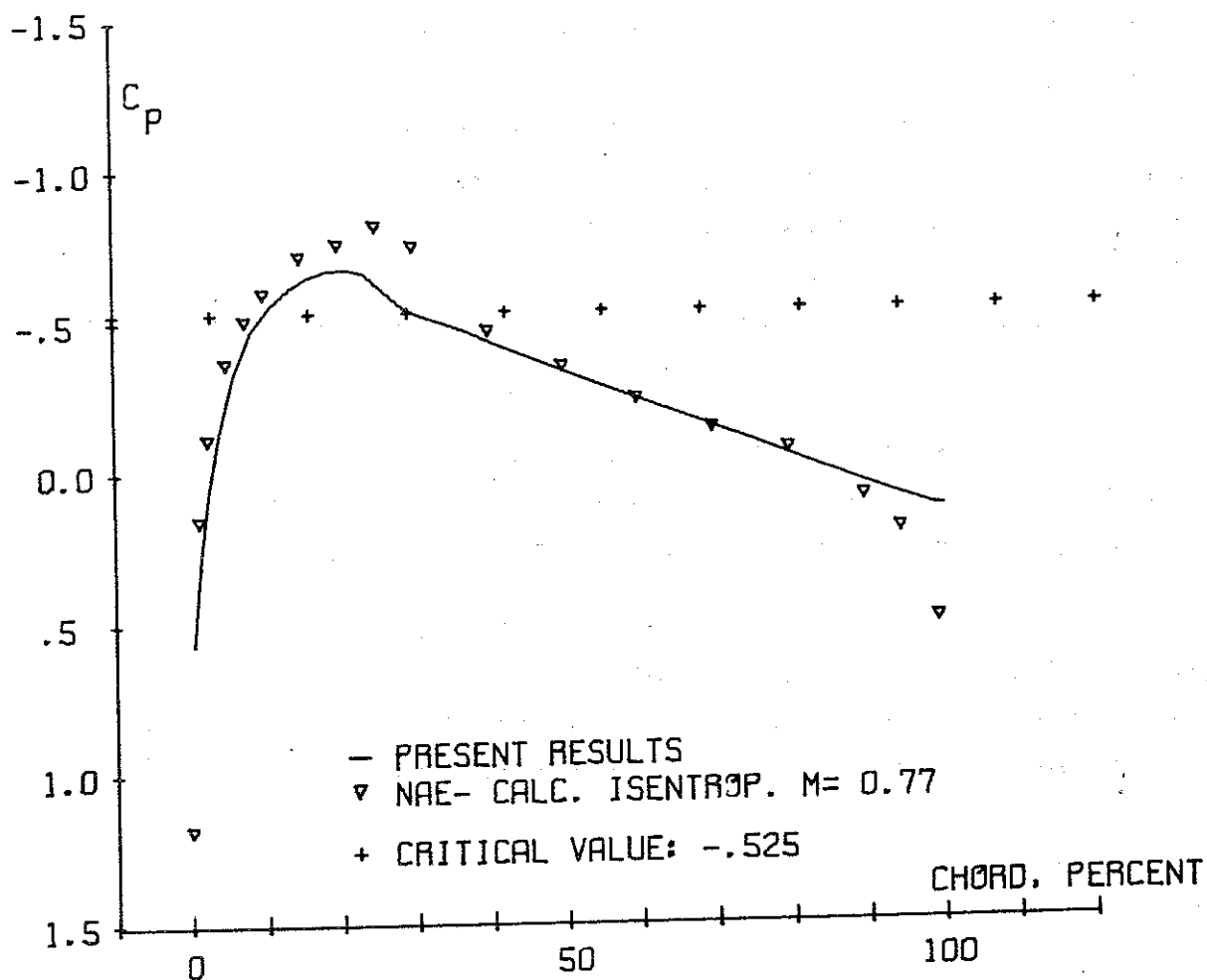
Dvs. Net 2 + Riegels Factor giver for NACA 0012 en fin forudsigelse af shockplaceringer og modstandsværdier.

På Figur .4 og .5 ses de beregnede resultater for $M_\infty = 0,77$. Figur .4 viser trykfordelingen, og på Figur .5 ses øverst C_f -fordelingen og fortrængningstykkelsen som funktion af kor- den. Man ser, hvordan friktionen stiger ved overgang fra lami- nar til turbulent strømning og på delfiguren derunder ses, hvordan H_{12} -parameteren falder ved overgangen. Sidst er den lokale machtsfordeling vist. På Figur .6 ses udviklingen ved $M_\infty = 0,81$ (Bemærk den ændrede lodrette akse).

På Figur .7 ses δ_1 's opvoksen som funktion af M_∞ . Man ser, hvordan grænselaget vokser stærkt lige ved shockket. Det er ved denne opvoksen, at den statiske instabilitet sætter ind.

Endelig ses på Figur .8 den viskøst beregnede trykfordeling for et NACA 64A006 profil ved $Re_\infty = 4 \cdot 10^6$. Ved sammenligning med Figur 10.4, hvor det inviskøse resultat er vist, ses den store forbedring ved den forudsagte shockposition.

Fig. 14.4



NACA SECTION 0012

$T/C = .1190$

$CL = .0000$

$MACHNO. = .7700$

$ALFA = .0000$ DEG

$CD = .0061$

$RE = 4.00 \times 10^6$

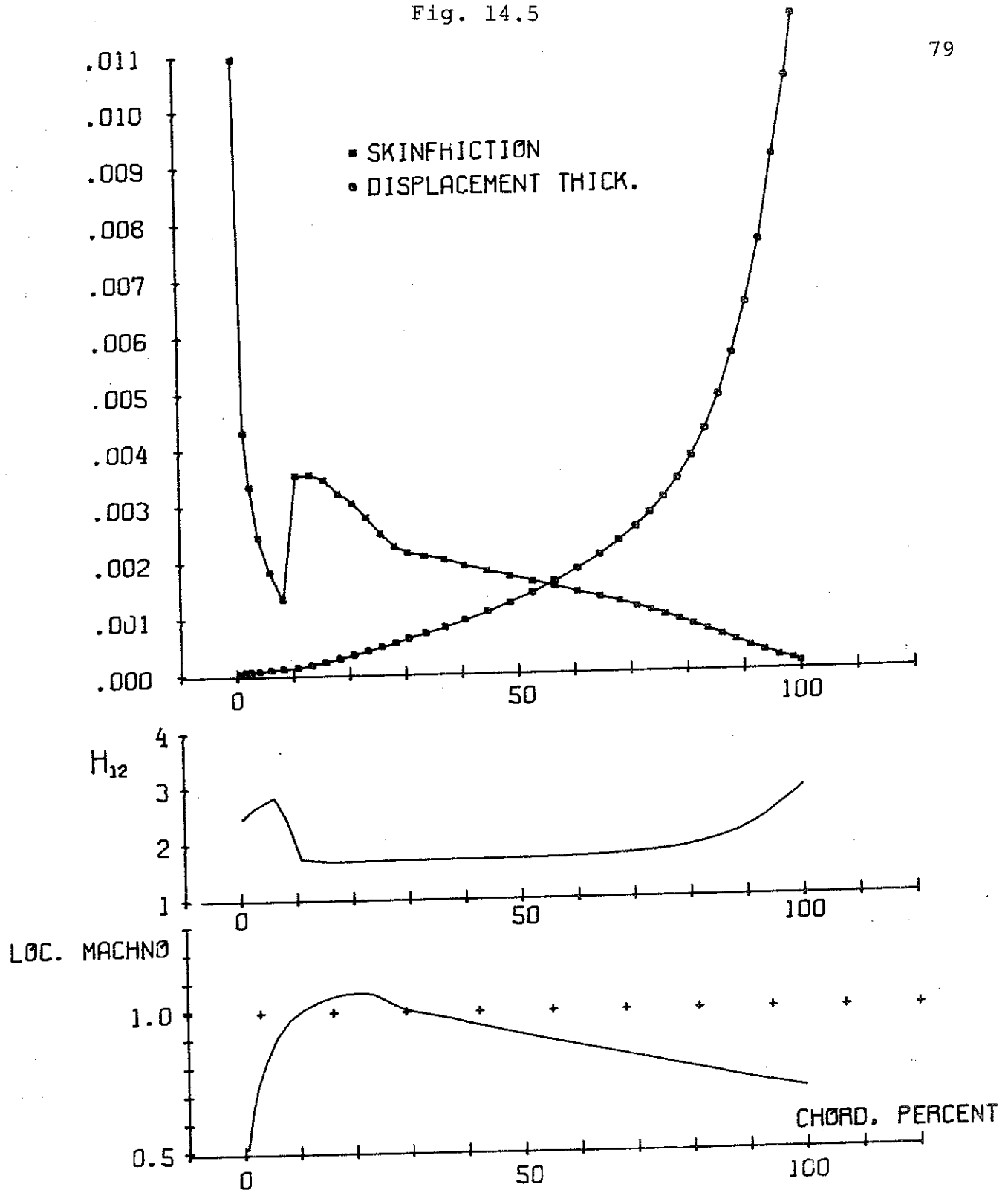
NUMBER OF ITERATIONS = 274

RUN: 2409

75 10/13 0. FANOE

Fig. 14.5

79



NACA SECTION 0012

T/C= .1190

CL= .0000

MACHNO.= .7700

ALFA= .0000 DEG

CD= .0061

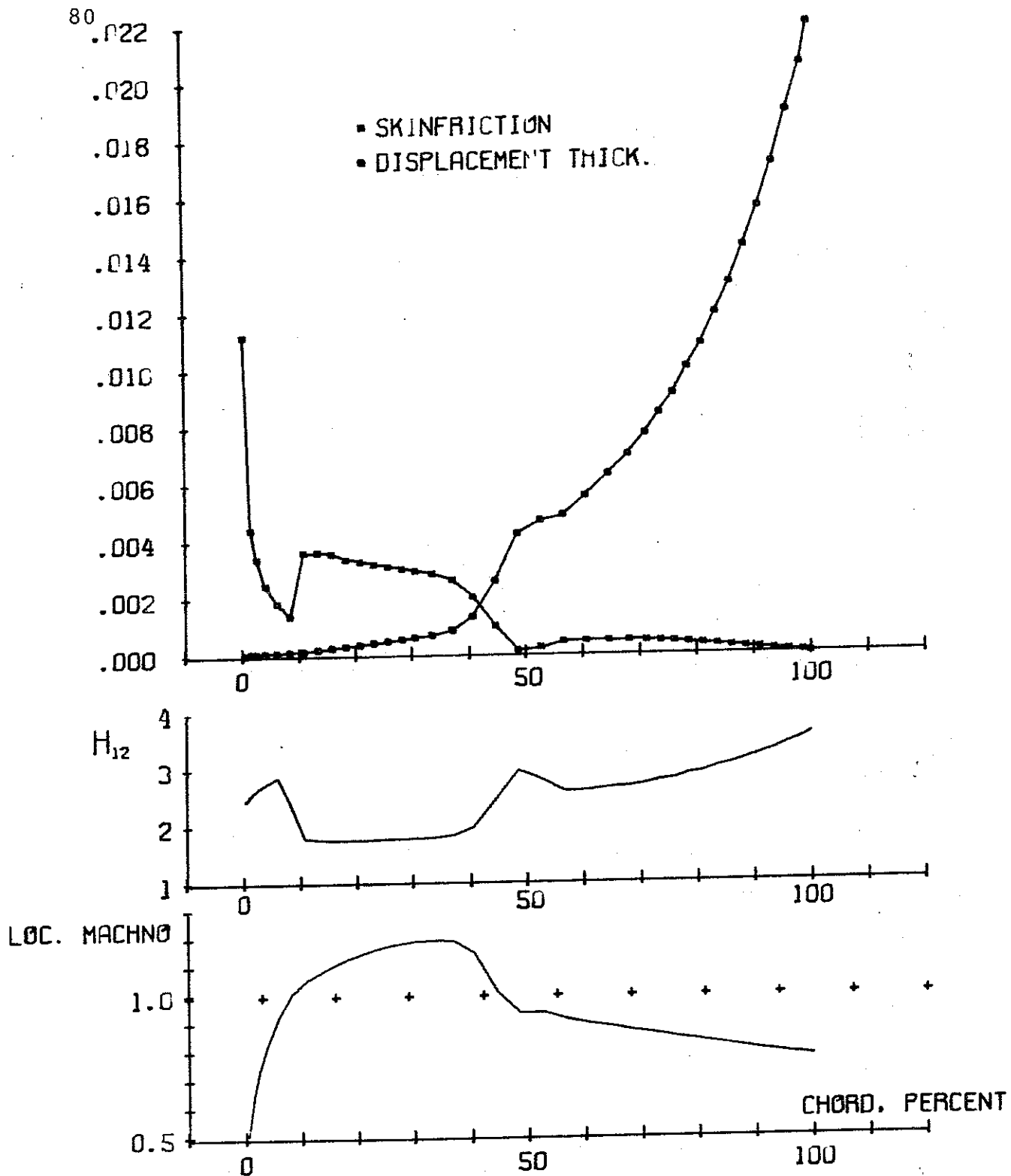
RE= 4.00×10^6

NUMBER OF ITERATIONS=274

RUN:2409

75 10/13 0. FANOE

Fig. 14.6



NACA SECTION 0012

T/C= .1190

CL= .0000

MACHNO.= .8100

ALFA= .0000 DEG

CD= .0164

RE= 4.00*10**6

NUMBER OF ITERATIONS=1301

RUN:2425

75 10/21 O. FANOE

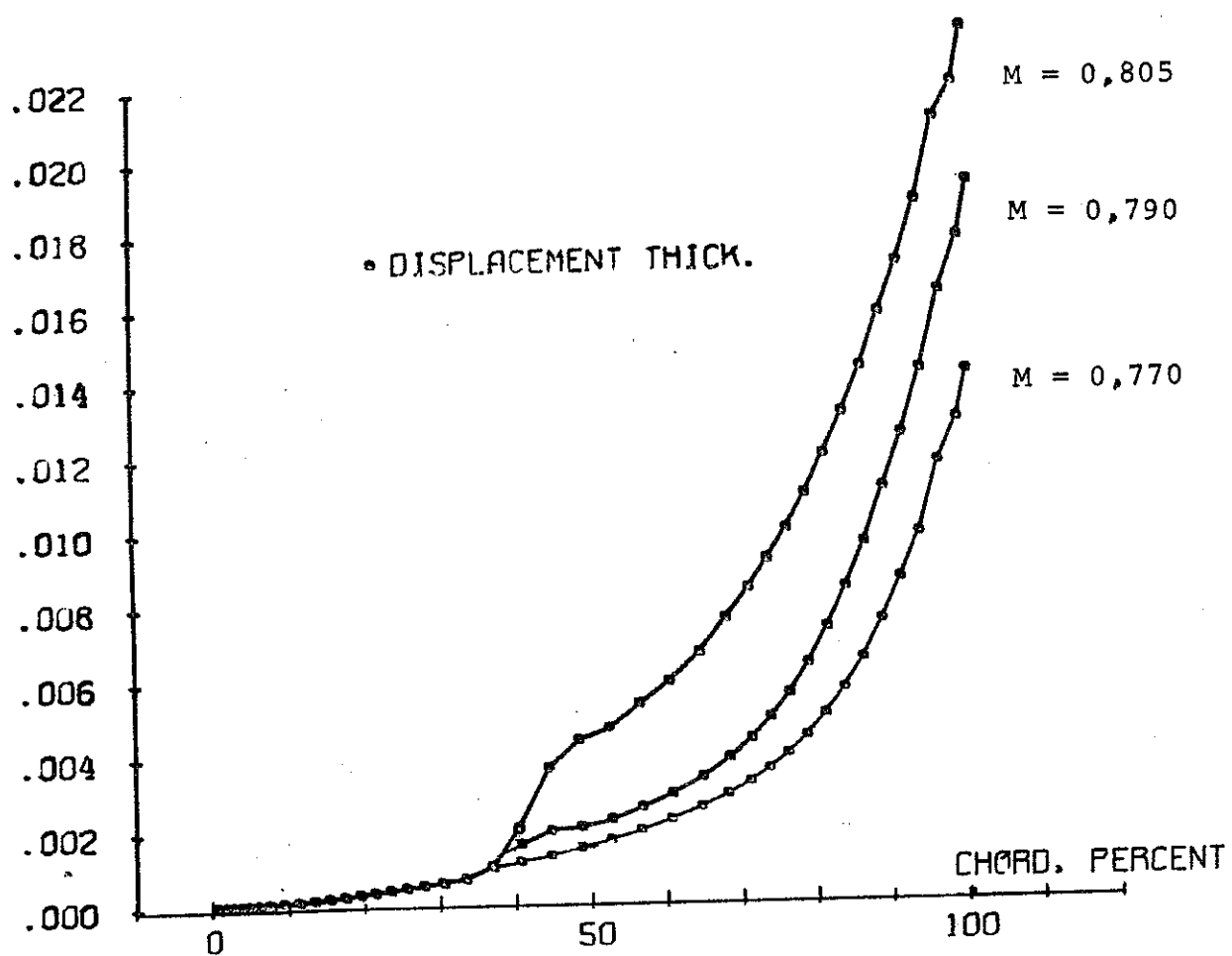
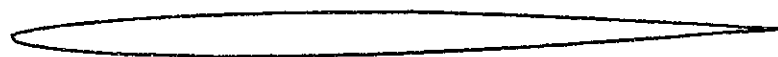
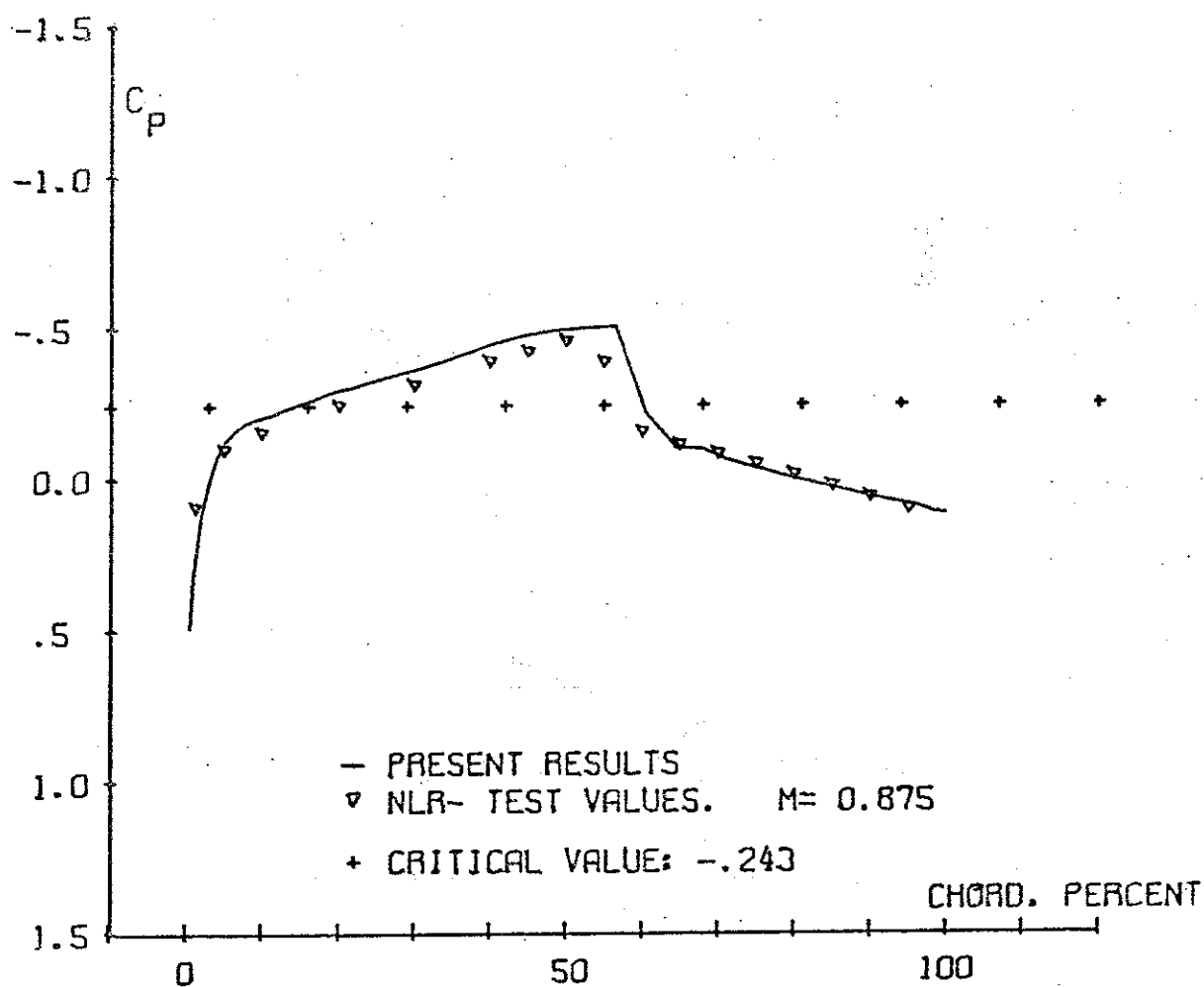


Fig. 14.7: Fortrængningstykkelsens opvoksen som funktion af M_∞ ved $Re = 4 \cdot 10^6$

Fig. 14.8



NACA SECTION 64A006

$T/C = .0600$

$CL = .0000$

$MACHNO. = .8750$

$ALFA = .0000 \text{ DEG}$

$CD = .0072$

$RE = 4.00 \times 10^6$

NUMBER OF ITERATIONS=361

RUN:2024

76-3/2 0. FANGE

15. KONKLUSION

Vi har i denne afhandling på konsistent vis udledt ikke-lineære pertuberede differentialligninger til beregning af transonisk strømning om to-dimensionale vingeprofiler. Specielt fremhæves ligninger, der tillader rotation i fristrømningen.

Resultater fra beregning med denne konsistente scaling er sammenlignet med resultater fra beregning med Murman-Cole's scaling. Her benyttes både et moderne NLR-profil og et NACA-0012 profil. Ved denne sammenligning påpeges en af ulemperne ved benyttelse af de pertuberede ligninger, nemlig afhængigheden af netdelingen. Men det viser også, at ved omhyggeligt valg af netdeling og scaling kan der opnås resultater, der står sig ved sammenligning med andre beregningsmetoder. Denne ulempe, findes det, opvejes af, at det ved regning direkte i det fysiske plan er muligt at tage hensyn til f.eks. rotation i fristrømningen og grænselag, og det vil være muligt at regne på strømning om flere profiler i planen.

Der udvikles endvidere en metode, der gør det muligt at tage hensyn til grænselagets indflydelse på trykfordelingen. Her vises resultater for simulering af transonisk viskos strømning om et NACA-0012 profil. I metoden benyttes kontinuitetsligningen til kobling af den ydre strømning med grænselaget. Den ydre strømning betragtes altså som værende viskos.

Det viser sig, at benyttes den konsistente scaling opnås fin overensstemmelse mellem beregnede shockpositioner og eksperimentelt målte. Der kan regnes, indtil separation sætter ind ved bagkanten.

LITTERATUR

- [1] H.Ashley, M.Landahl: "Aerodynamics of Wings and Bodies"
Addison-Wesley Publishing Company, Inc, 1965.
- [2] K.G.Guderly: "Theorie schallnaher Strömungen"
Springer Verlag, 1957.
- [3] D.Catherall: "The Computation of Transonic Flows Past
Aerofoils in Solid, Porous or Slotted Wind Tunnels"
AGARD Conference Pre-Print No 174, 1975.
- [4] M.T.Landahl: "Unsteady Transonic Flow"
International Series of Monographs in Aeronautics
and Astronautics, Div II. Vol 2, Pergamon Press,
1961.
- [5] W.F.Ballhaus, H.Lomax: "The numerical simulation of low
frequency unsteady transonic flow fields"
Lecture Notes in Physics 35, Springer Verlag 1975.
- [6] F.Edward Ehlers: "A Finite Difference Method for the So-
lution of the Transonic Flow Around Harmonically
Oscillating Wings"
AIAA Paper No 74 - 543.
- [7] E.M.Murman & J.D.Cole: "Calculation of Plane Steady Tran-
sonic Flows"
AIAA Journal, Vol 9, No 1, 1971.
- [8] J.D.Cole, A.F.Messiter: "Expansion Procedures and Simila-
rity Laws for Transonic Flow"
Zeitschrift für angewandte Mathematik und Physik
Vol VIII, 1957, pp 1 - 25
- [9] F.R. Bailey: "On the Computation of Two- and Three-Dimen-
sional Steady Transonic Flows by Relaxation Methods"
AGARD/VKI. Short Course Notes Com.Math. 1974.

- [10] E.B.Klunker: "Contribution to Methods for Calculating the Flow About Thin Lifting Wings at Transonic Speeds- Analytic Expressions for the Far Field"
T N D - 6530, 1971, NASA.
- [11] J.A.Krupp: "The Numerical Calculation of Plane Steady Transonic Flows Past Thin Lifting Airfoils"
Boing Scientific Research Laboratories Report
D 180-12958-1, June 1971.
- [12] E.M.Murman, J.D.Cole: "Inviscid Drag at Transonic Speeds"
AIAA Paper No 74 - 540.
- [13] R.Magnus, W.Gallaher, H.Yoshihara: "Inviscid Supercritical Airfoil Theory"
AGARD Conference Proceedings No 35, Sept. 1968.
- [14] H.Yoshihara: "Some Recent Developments in Planar Inviscid Transonic Airfoil Theory"
Agardograph No 156, 1971.
- [15] E.Murman, J.Cole: "Calculation of Plane Steady Transonic Flows"
AIAA 8th Aerospace Sciences Meeting, New York,
Jan. 1970.
- [16] E.Murman: "Analysis of Embedded Shock Waves Calculated by Relaxation Methods"
Proceedings, AIAA Computational Fluid Dynamics Conference, Palm Springs, Calif./July 19-20, 1973.
- [17] J.J.Kacprzynski, B.Couet: "Analysis of Two-Dimensional Transonic Flow Calculations Using Small Disturbance Approximation"
Laboratory Technical Report, LTR-HA-21/April 1974
NAE, The Laboratory of High Speed Aerodynamics.
National Research Council, Canada.

- [18] H.Tijdeman & P.Schippers: "Results of Pressure Measurements on an Airfoil with Oscillating Flap in Two-Dimensional High Subsonic and Transonic Flow"
National Aerospace Laboratory, NLR, the Netherlands, NLR-TR-73078U, 1973.
- [19] R.C.Lock: "Test Cases for Numerical Methods in Two-Dimensional Transonic Flows"
AGARD Report No 575, Nov. 1970.
- [20] H.Schlichting: "Boundary Layer Theory"
McGraw-Hill Series in Mechanical Engineering
Sixth-Edition, 1968.
- [21] T.A.Cook: "Measurements of the Boundary Layer and Wake of Two Aerofoil Sections at High Reynolds Numbers and High-Subsonic Mach-Numbers"
ARC: Reports and Memoranda No 3722, June, 1971.
- [22] N.Rott, L.F.Crabtree: "Simplified Laminar Boundary Layer Calculations for Bodies of Revolution and for Yawed Wings"
J.Aero.Sciences, Vol. 19(8), pp 553 - 565 (1952).
- [23] J.F.Nash, A.G.J.Mac Donald: "The Calculations of Momentum Thickness in a Turbulent Boundary Layer at Mach Numbers up to Unity"
ARC, C.P. 963 (1966)
- [24] H.B.Squire, A.D.Young: "The Calculation of Profile Drag of Aerofoils"
ARC, Report & Memoranda No 1838 (1937)
- [25] G.Y.Nieuwland, B.M.Spee: "Transonic Airfoils: Recent Developments in Theory, Experiment and Design"
Annual Review of F.D. 1975, pp 119 - 150.

- [26] Patrick J. Roache: "Computational Fluid Dynamics"
Hermosa Publishers, 1972.
- [27] Lanczos: "Applied Analysis"
Prentice-Hall, Englewood Cliffs.
- [28] H.W. Emmons: "Flow of a Compressible Fluid Past a Symmetrical Airfoil in a Wind Tunnel and in Free Air"
NACA TN 1946, 1948.
- [29] P.D. Lax: "Weak Solutions of Non-linear Hyperbolic Equations and Their Numerical Computation"
Comm. on Pure and App. Math., Vol. 7, 1954,
pp 159 - 193.

APPENDIX A

INPUT - OG FLOWDIAGRAMMER FOR DATAMASKINEPROGRAMMER

Program komplekset, der er skrevet i FORTRAN-4, består af tre programmer. Programmet VOLUME der indlægger startdata på UNIT 10 til brug for hovedprogrammet COTF.

COTF starter med at læse fra UNIT 10 og skriver efter endt iterationscyklus igen på UNIT 10, hvor resultaterne kan benyttes enten af COTF igen, eller af plotteprogrammet (PLOT) til plotning på Calcompplotteren.

Hvilke input-størrelser, og hvor de skal gives, ses på Figur .1. På Figurerne .2 og .3 ses de formats, der skal benyttes ved indlæsning på UNIT 5.

Figur .4 viser et flowdiagram for VOLUME, og på Figur .5 ses rækkefølgen af de størrelser, der er lagret formatfrit på UNIT 10.

På Figurerne .6, .7 og .8 er vist flowdiagrammer for COTF og de vigtigste subroutiner. Endelig er der på Figur .9 vist et flowdiagram for PLOT.

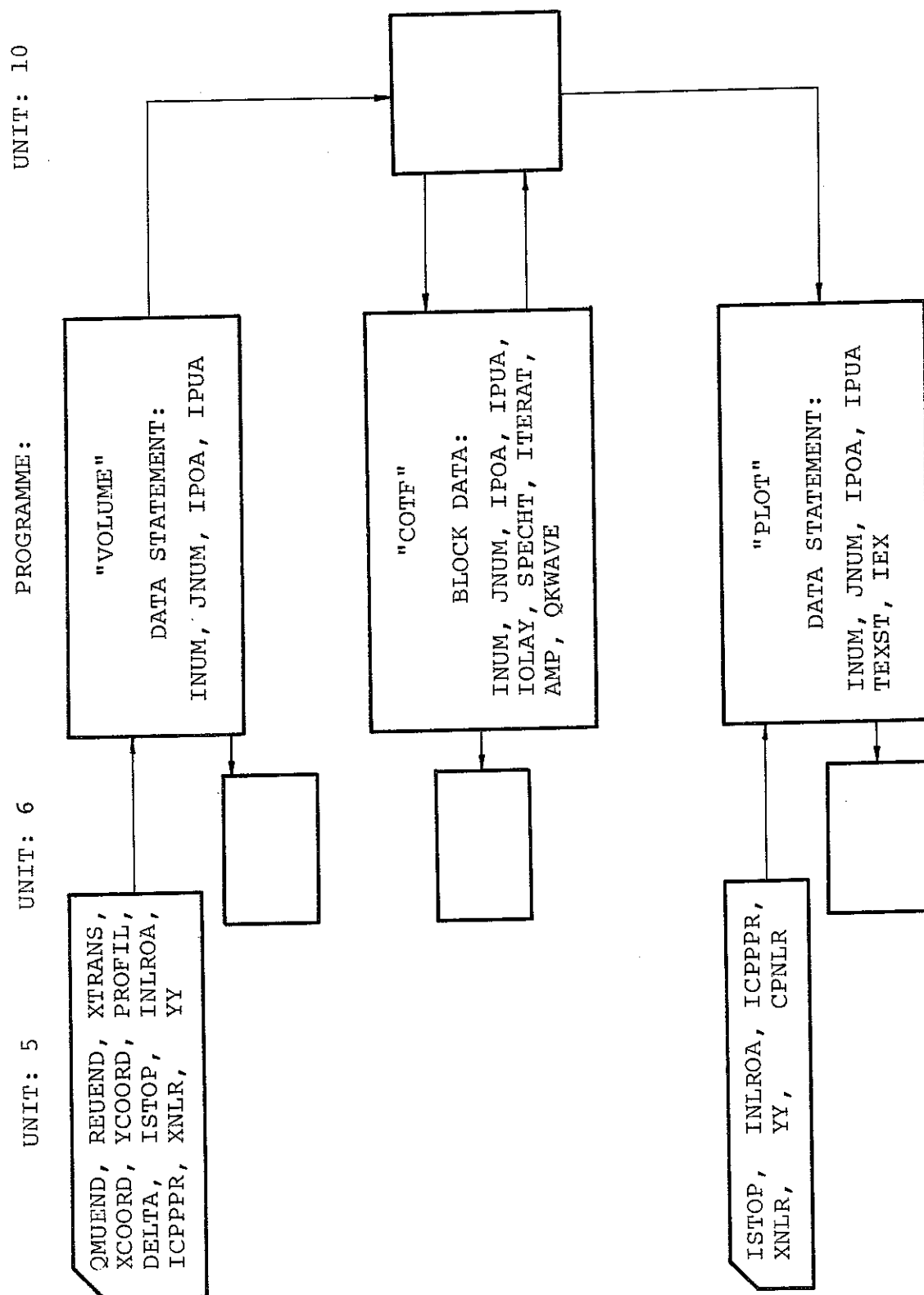
Programmerne kører på NEUCC's 370/165 i følgende regioner

VOLUME : FORTRAN-G, 104 K

COTF : FORTRAN-G, 156 K. FORTRAN-H, 208 K

PLOT : FORTRAN-G, 104 K

Fig. A.1: Input-størrelser i programkomplekset



Programme: VOLUME

Card No.	Variables:	Formats:
1	QMUEND, REUEND, XTRANS	3E14.7
2	XCOORD	E14.7
3	YCOORD	E14.7
4	PROFIL	9A04
5	DELTA	E14.7
6	ISTOP, INLROA, ICPPPR	3I05

If (INLROA = 1) then the profiletype is a NLR-one
(Profile coordinates in |19|), and Formats are,

7 [†]	XNLR, YY, DUMMY, THTA, DTHDX	2F08.5, F07.4, F08.5, F10.6
----------------	------------------------------	--------------------------------

If (INLROA = 2) then a usual profile table,

7 ^{††}	XNLR, YY	2F08.5
-----------------	----------	--------

Fig. A.2: Formats for input på UNIT 5 til VOLUME

Programme: PLOT

Card No.	Variables:	Formats:
1	DELTA	E14.7
2	ISTOP, INLROA, ICPPPR	3I05

If (INLROA = 1) then a NLR-profile type
(Profile coordinates in |19|), and Formats are,

3[†] XNLR, YY, CPNLR, DUMMY, DUMMY 2F08.5, F07.4,
F08.5, F10.6

If (INLROA = 2) then a usual profile table,

3^{††} XNLR, YY, CPNLR 2F08.5, F7.4

If (ICPPPR = 1) then comparative pressure is given
as pressurecoefficient.

If (ICPPPR = 2) then comparative pressure is given as P/p_o

It is seen that the three cards mentioned above are equal
to cards 5, 6 and 7 for input to programme VOLUME.

Fig. A.3: Formats for input på UNIT 5 til plotteprogram.

Programme: VOLUME

Purpose: To calculate start-values for the main-programme
(Named COTF). The values are stored on UNIT 10.

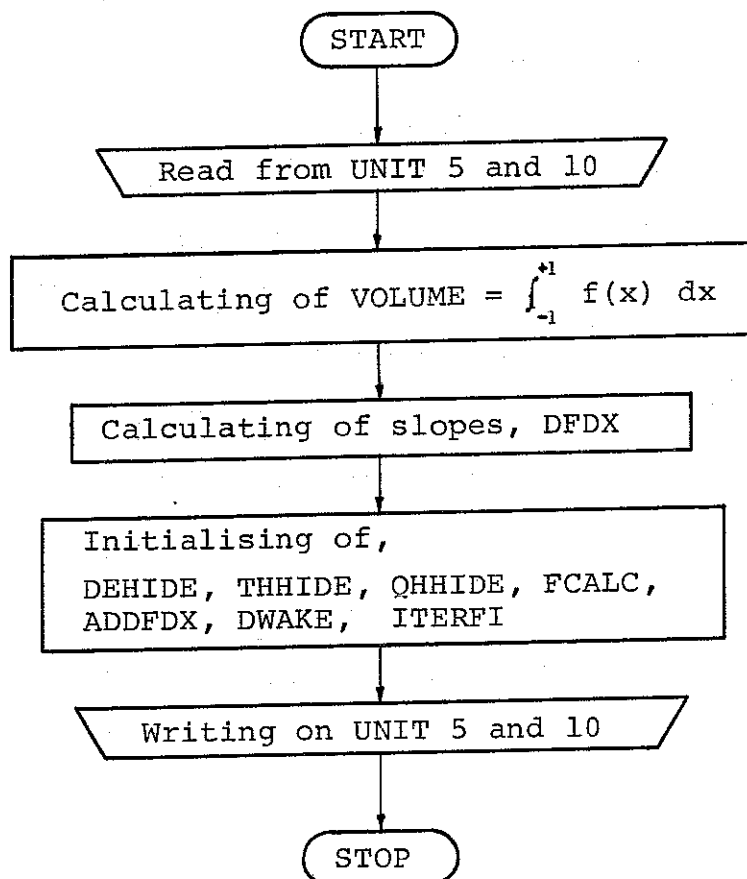


Fig. A.4: Flowdiagram for programmet VOLUME.

List of values stored on UNIT 10

The values are here written in the physical order,

FI (67,46)
ITERFI
IRUNNO
QMUEND
REUEND
XTRANS
XCOORD (67)
YCOORD (46)
PROFIL (9)
DELTA
VOLUME
DFDX (38)
ADDFDX (38)
DWAKE (17)
FCALC (38)
DEHIDE (38)
THHIDE (38)
QHHIDE (38)
XOUT (40)
CPUP (40)
CPLOW (40)
ALFA
RE
CD
CL
QMACH (40)
DELTST (38)
THAETA (38)
DRAGLO (38)

The numbers are dimensions for arrays.

Fig. A.5

Fig. A.6: Flowdiagram for program COTF.

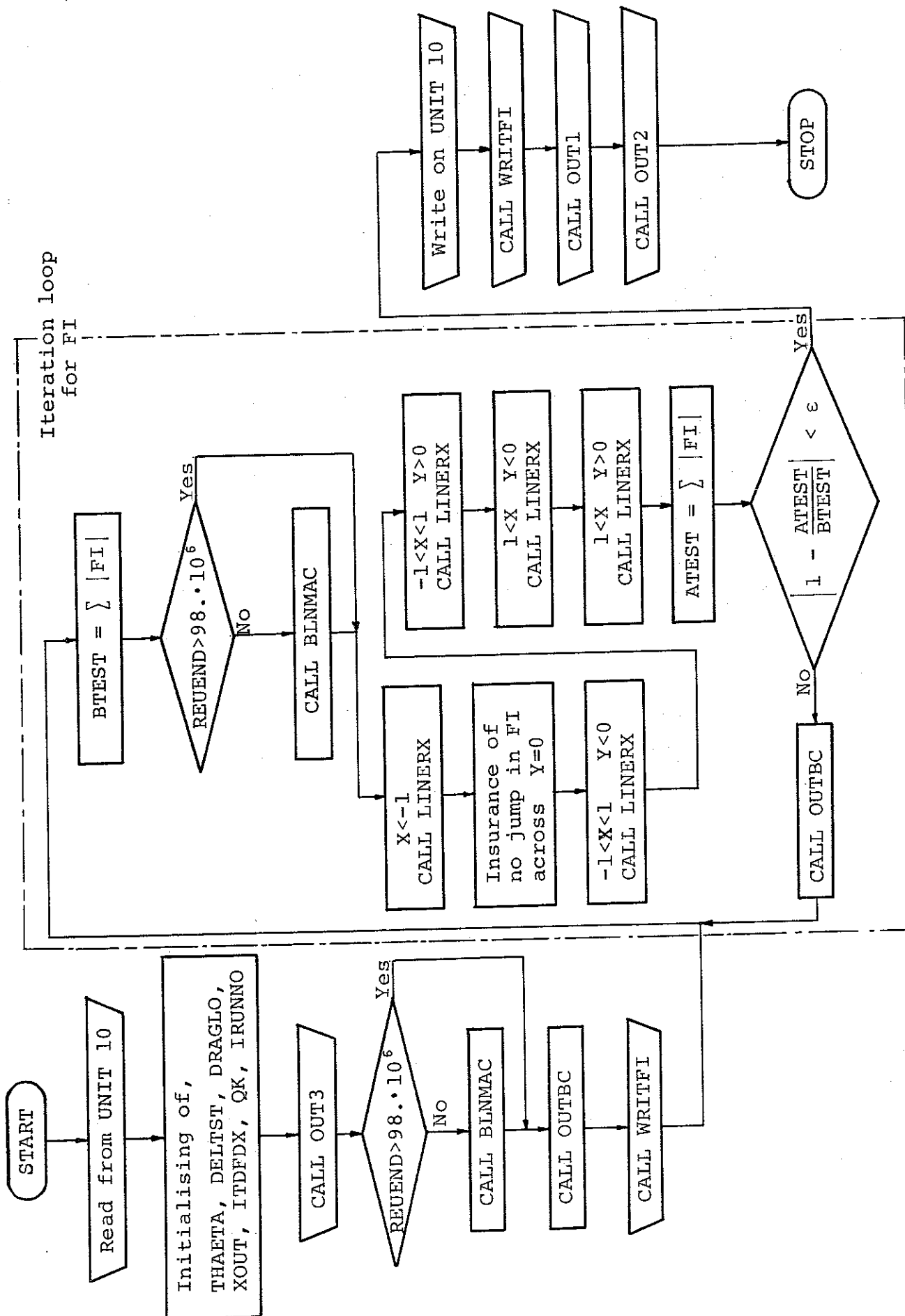


Fig. A.7: Flowdiagram for SUBROUTINE LINERX.

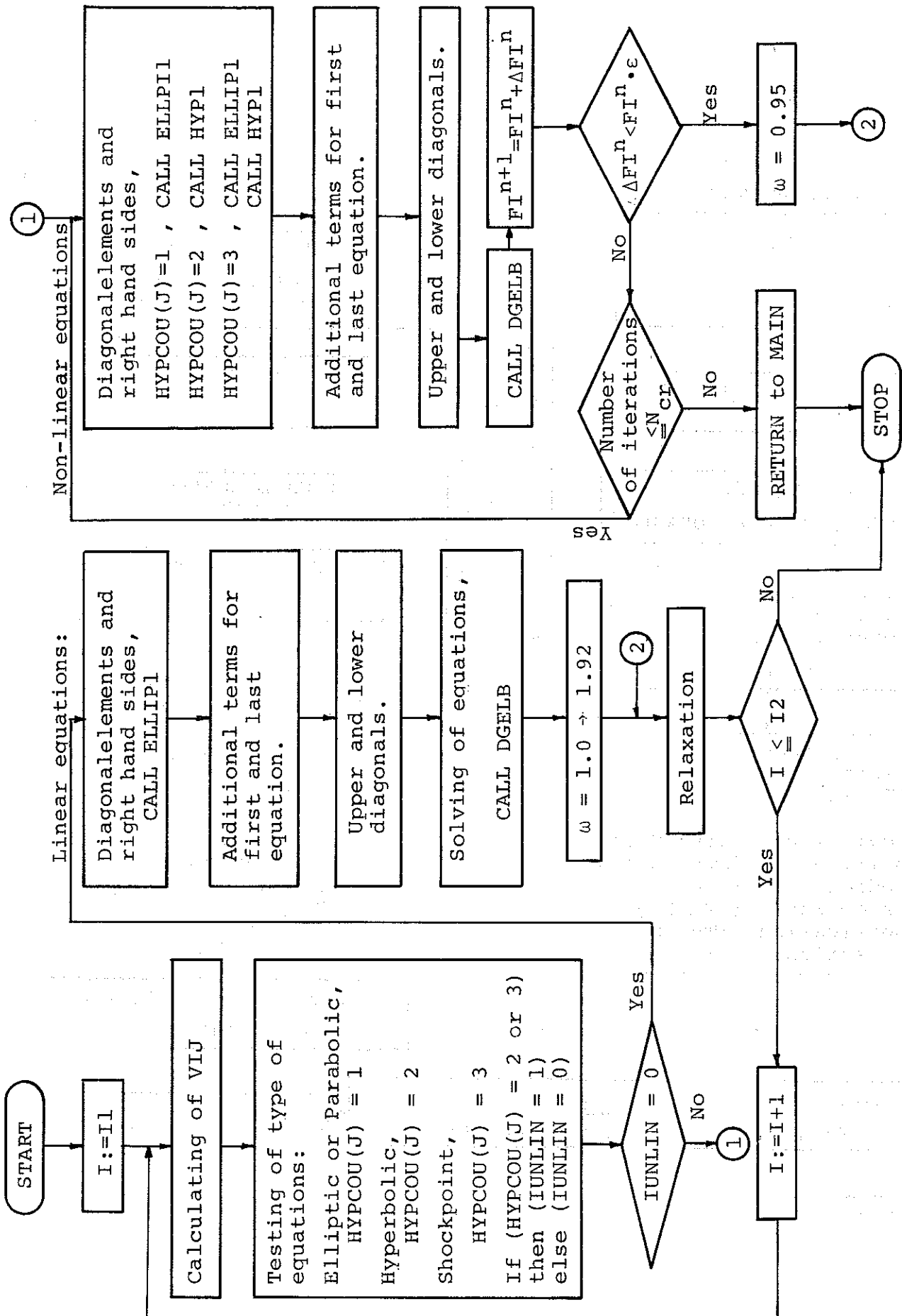


Fig. A.8: Flowdiagram for SUBROUTINE BLNMAC

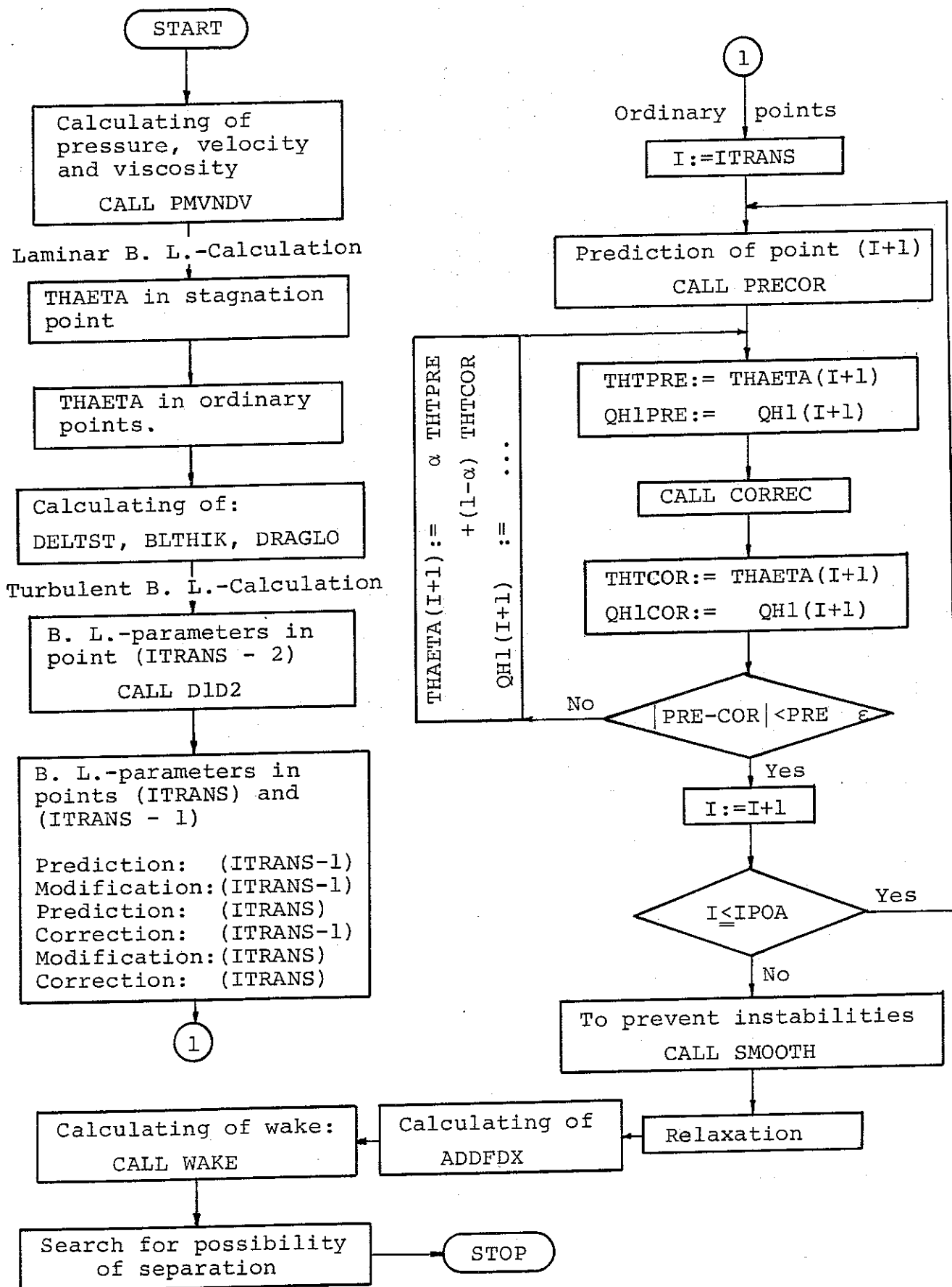
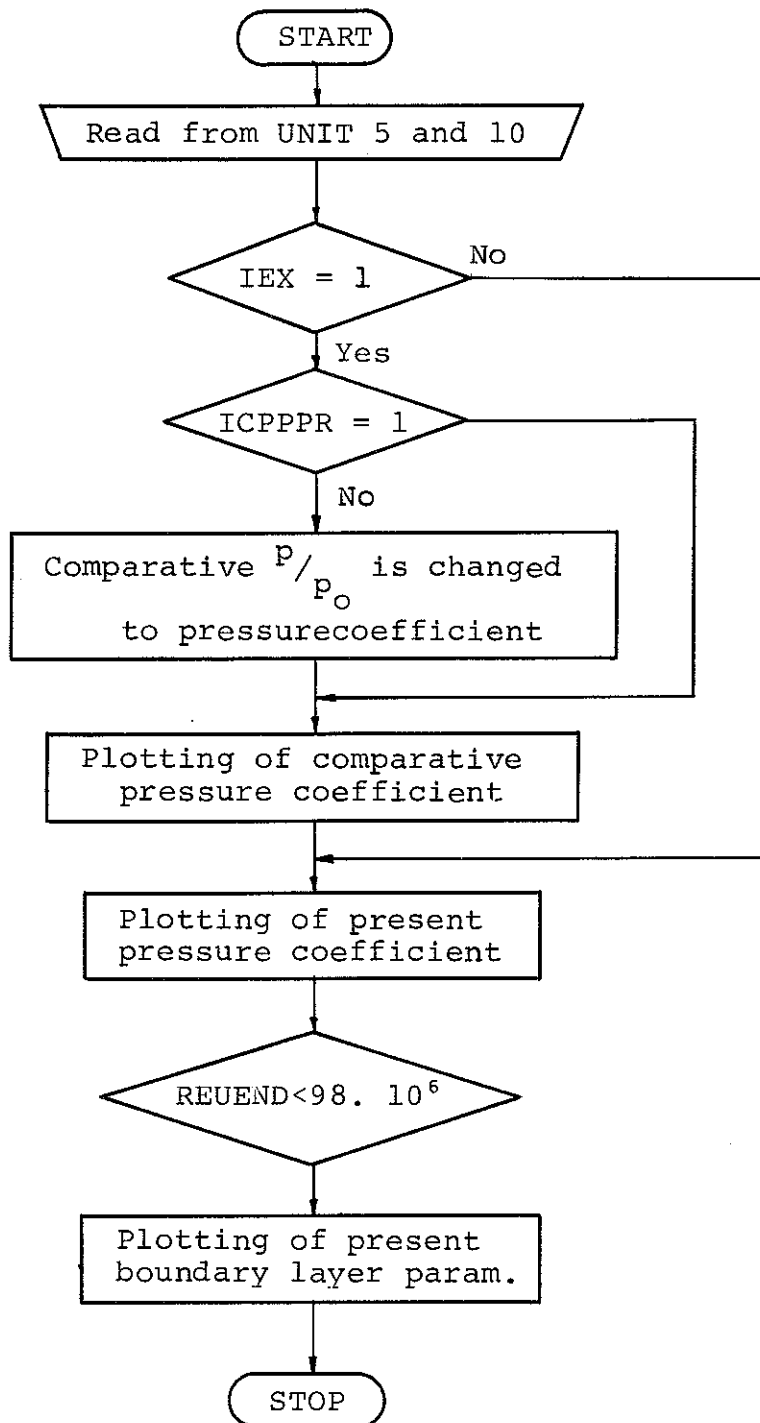


Fig. A.9: Flowdiagram for PLOT

Purpose: To plot pressurecoefficient and boundarylayer parameters on Calcompplotter.



APPENDIX B

I Appendix B er vist eksempler på Output på UNIT 6 fra programmerne.

Output fra programmet VOLUME

RESULTS FROM VOLUME

RUN: 2780

76- 2/18 OLE FANOF

I	XCOORD	J	YCOORD
1	-3.58000	1	-4.67999
2	-2.88000	2	-4.08153
3	-2.30000	3	-3.55541
4	-1.86900	4	-3.09289
5	-1.57900	5	-2.68628
6	-1.42900	6	-2.32882
7	-1.33400	7	-2.01457
8	-1.26900	8	-1.73830
9	-1.21800	9	-1.49543
10	-1.17300	10	-1.28192
11	-1.13800	11	-1.09421
12	-1.07800	12	-0.92920
13	-1.05200	13	-0.78413
14	-1.03000	14	-0.65660
15	-1.01000	15	-0.54448
16	-0.99000	16	-0.44592
17	-0.98000	17	-0.35927
18	-0.96000	18	-0.28310
19	-0.94000	19	-0.21613
20	-0.92000	20	-0.15726
21	-0.89800	21	-0.10550
22	-0.87400	22	-0.06000
23	-0.84600	23	-0.02000
24	-0.81000	24	0.02000
25	-0.77000	25	0.06000
26	-0.73000	26	0.10550
27	-0.69000	27	0.15726
28	-0.65000	28	0.21613
29	-0.61000	29	0.28310
30	-0.57000	30	0.35927
31	-0.53000	31	0.44592
32	-0.48800	32	0.54448
33	-0.44200	33	0.65660
34	-0.39000	34	0.78413
35	-0.33000	35	0.92920
36	-0.26000	36	1.09421
37	-0.19000	37	1.28192
38	-0.11000	38	1.49543
39	-0.03000	39	1.73830
40	0.05000	40	2.01457
41	0.13000	41	2.32882
42	0.21000	42	2.68628
43	0.29000	43	3.09289
44	0.36000	44	3.55541
45	0.42000	45	4.08153
46	0.47000	46	4.67999
47	0.52000		
48	0.57000		
49	0.62000		
50	0.67000		
51	0.72000		
52	0.77000		
53	0.82000		
54	0.87000		
55	0.92000		
56	0.97000		
57	0.99700		
58	1.02500		

59	1.05724
60	1.09722
61	1.14679
62	1.20826
63	1.28448
64	1.37899
65	1.49619
66	1.64152
67	1.82172
68	2.04518
69	2.32226
70	2.66584
71	3.09188

RESULTS FROM VOLUME

RUN: 2780

76- 2/18 OLE FANGE

PROFILE-TABLE FOR: NACA SECTION 0012

0.0	0.0
0.00600	0.01330
0.01250	0.01894
0.02000	0.02360
0.02500	0.02615
0.03500	0.03040
0.05000	0.03555
0.06000	0.03840
0.07500	0.04200
0.08000	0.04310
0.10000	0.04683
0.15000	0.05345
0.20000	0.05737
0.25000	0.05941
0.30000	0.06002
0.40000	0.05803
0.50000	0.05294
0.60000	0.04563
0.70000	0.03664
0.80000	0.02623
0.90000	0.01448
0.95000	0.00897
1.00000	0.00126
1.00890	0.0

RESULTS FROM VOLUME

RHH: 2780

76- 2/18 OLE FAHOS

NACA SECTION 0012VOLUME: 0.5380512E 01

RESULTS FROM VOLUME

RUN: 2780

75- 2/18 OLE FANGE

NACA SECTION 0012

=====

XCOORD= -0.9900	D(F)/D(X) = 14.9191980
XCOORD= -0.9800	D(F)/D(X) = 7.7874622
XCOORD= -0.9600	D(F)/D(X) = 4.6337585
XCOORD= -0.9400	D(F)/D(X) = 3.6146908
XCOORD= -0.9200	D(F)/D(X) = 3.0770369
XCOORD= -0.8980	D(F)/D(X) = 2.5361032
XCOORD= -0.8740	D(F)/D(X) = 2.1481562
XCOORD= -0.8460	D(F)/D(X) = 1.8451014
XCOORD= -0.8100	D(F)/D(X) = 1.4948683
XCOORD= -0.7700	D(F)/D(X) = 1.2823114
XCOORD= -0.7300	D(F)/D(X) = 1.0250549
XCOORD= -0.6900	D(F)/D(X) = 0.8308324
XCOORD= -0.6500	D(F)/D(X) = 0.6724413
XCOORD= -0.6100	D(F)/D(X) = 0.5219249
XCOORD= -0.5700	D(F)/D(X) = 0.4061705
XCOORD= -0.5300	D(F)/D(X) = 0.2886256
XCOORD= -0.4880	D(F)/D(X) = 0.1844969
XCOORD= -0.4420	D(F)/D(X) = 0.0842369
XCOORD= -0.3900	D(F)/D(X) = -0.0142674
XCOORD= -0.3300	D(F)/D(X) = -0.1028264
XCOORD= -0.2600	D(F)/D(X) = -0.2211710
XCOORD= -0.1900	D(F)/D(X) = -0.3191946
XCOORD= -0.1100	D(F)/D(X) = -0.4023883
XCOORD= -0.0300	D(F)/D(X) = -0.5003967
XCOORD= 0.0500	D(F)/D(X) = -0.5711098
XCOORD= 0.1300	D(F)/D(X) = -0.6395405
XCOORD= 0.2100	D(F)/D(X) = -0.6991707
XCOORD= 0.2900	D(F)/D(X) = -0.7528780
XCOORD= 0.3600	D(F)/D(X) = -0.7982031
XCOORD= 0.4200	D(F)/D(X) = -0.8342174

XCOORD=	0.4700	D(F)/D(X) =	-0.8622305
XCOORD=	0.5200	D(F)/D(X) =	-0.8936998
XCOORD=	0.5700	D(F)/D(X) =	-0.9220696
XCOORD=	0.6200	D(F)/D(X) =	-0.9504790
XCOORD=	0.6700	D(F)/D(X) =	-0.9789259
XCOORD=	0.7200	D(F)/D(X) =	-1.0100822
XCOORD=	0.7700	D(F)/D(X) =	-1.0388708
XCOORD=	0.8200	D(F)/D(X) =	-1.0695124
XCOORD=	0.8700	D(F)/D(X) =	-1.1020880
XCOORD=	0.9200	D(F)/D(X) =	-1.1369762
XCOORD=	0.9700	D(F)/D(X) =	-1.1733341
XCOORD=	0.9970	D(F)/D(X) =	-1.1942358

Output fra programmet COTF

* * * * * TRANSONIC-INVISID FLOW COMPUTATION * * * * *

COMPUTATION OF FLOW AROUND: NACA SECTION 0012

MAXIMUM OF THICKNESS TO CHORD-RATIO: 0.112
ANGLE OF INCIDENCE: 0.000 DEGREES.

FREE STREAM MACHNUMBER: 0.770
FREE STREAM REYNOLD-NUMBER: 59.990*10**6

DATA FOR ROTATIONAL FLOW:
AMPLITUDE: 0.0700
WAVENUMBER: 3.1416

VALUES OF FY AT ITERATION NUMBER 230

108

	X=-3.589	X=-1.269	X=-1.019	X=-0.974	X=-0.610	X=-0.260	X= 0.290	X= 0.670	X= 0.997	X= 1.379	X= 3.002
Y= -3.56	-0.05049	-0.02401	-0.01892	-0.01617	-0.01070	-0.00290	0.00966	0.01793	0.02471	0.07217	0.05725
Y= -2.77	-0.09879	-0.04020	-0.03082	-0.02562	-0.01510	-0.00000	0.02265	0.03886	0.05083	0.06329	0.08446
Y= -1.50	-0.13594	-0.06744	-0.05192	-0.04288	-0.02777	0.00409	0.04719	0.07271	0.09072	0.10723	0.14448
Y= -0.93	-0.16255	-0.11495	-0.09422	-0.08012	-0.04545	0.00727	0.08728	0.12595	0.14706	0.16087	0.18094
Y= -0.54	-0.17702	-0.18466	-0.16678	-0.14858	-0.09213	0.01189	0.15076	0.20081	0.21641	0.21564	0.20200
Y= -0.28	-0.18319	-0.26816	-0.27804	-0.26370	-0.16984	0.02851	0.27719	0.20409	0.20046	0.25913	0.21139
Y= -0.11	-0.18525	-0.34172	-0.47737	-0.44095	-0.26484	0.06035	0.32247	0.40040	0.36381	0.28372	0.21457
Y= 0.02	-0.18558	-0.46301	-0.57081	-0.59359	-0.31288	0.07948	0.38978	0.47080	0.41177	0.28877	0.21507
Y= 0.16	-0.18484	-0.32091	-0.37668	-0.37463	-0.23485	0.04031	0.30131	0.36442	0.33989	0.27794	0.21393
Y= 0.36	-0.18176	-0.23958	-0.23538	-0.21860	-0.13996	0.02072	0.20614	0.26089	0.26542	0.24633	0.20919
Y= 0.66	-0.17338	-0.15969	-0.13921	-0.12196	-0.07407	0.00977	0.12722	0.17408	0.19279	0.19837	0.19657
Y= 1.09	-0.15524	-0.09575	-0.07640	-0.06411	-0.03633	0.00626	0.07090	0.10491	0.12566	0.14156	0.17049
Y= 1.74	-0.12426	-0.05674	-0.04332	-0.03571	-0.01994	0.00277	0.03810	0.05980	0.07586	0.09140	0.12955
Y= 2.69	-0.08515	-0.03410	-0.02631	-0.02207	-0.01354	-0.00123	0.01809	0.03067	0.04074	0.05146	0.08351
Y= 4.08	-0.04979	-0.01920	-0.01535	-0.01323	-0.00902	-0.00308	0.00632	0.01264	0.01788	0.02374	0.04645
Y= 4.68	-0.04044	-0.01764	-0.01419	-0.01233	-0.00863	-0.00362	0.00435	0.00978	0.01431	0.01937	0.03729

VALUES OF FI AT ITERATION NUMBER 231

	X=-3.580	X=-1.260	X=-1.010	X=-0.874	X=-0.610	X=-0.260	X= 0.290	X= 0.670	X= 0.997	X= 1.379	X= 3.092
Y=-3.56	-0.06049	-0.02401	-0.01891	-0.01617	-0.01069	-0.00279	0.00966	0.01797	0.02472	0.03217	0.05725
Y=-2.23	-0.09839	-0.04029	-0.03081	-0.02560	-0.01508	0.00001	0.02366	0.03887	0.05094	0.06130	0.09846
Y=-1.50	-0.13594	-0.06744	-0.05191	-0.04287	-0.02375	0.00409	0.04720	0.07272	0.09073	0.10724	0.14448
Y=-0.93	-0.16265	-0.11495	-0.09421	-0.08011	-0.04644	0.00728	0.08729	0.12596	0.14707	0.16089	0.18094
Y=-0.54	-0.17702	-0.12466	-0.10677	-0.14857	-0.09212	0.01198	0.15077	0.20081	0.21642	0.21564	0.20200
Y=-0.28	-0.18319	-0.26816	-0.27803	-0.26370	-0.15983	0.02851	0.23720	0.28410	0.29047	0.25913	0.21139
Y=-0.11	-0.18525	-0.34171	-0.43337	-0.44095	-0.26484	0.06076	0.32248	0.40041	0.36382	0.28373	0.21457
Y= 0.02	-0.18559	-0.36391	-0.57080	-0.59358	-0.31297	0.07949	0.38979	0.47080	0.41178	0.28977	0.21507
Y= 0.16	-0.18484	-0.32090	-0.37667	-0.37462	-0.23484	0.04931	0.30131	0.36443	0.33989	0.27795	0.21393
Y= 0.36	-0.18176	-0.23958	-0.23587	-0.21868	-0.13995	0.02073	0.20614	0.25090	0.26542	0.24634	0.20919
Y= 0.66	-0.17338	-0.15969	-0.13920	-0.12105	-0.07406	0.00978	0.12723	0.17409	0.19280	0.19337	0.19657
Y= 1.09	-0.15524	-0.09574	-0.07639	-0.06410	-0.03632	0.00526	0.07091	0.10492	0.12567	0.14157	0.17049
Y= 1.74	-0.12426	-0.05673	-0.04331	-0.03570	-0.01992	0.00279	0.03811	0.05981	0.07587	0.09141	0.12955
Y= 2.69	-0.08515	-0.03409	-0.02630	-0.02205	-0.01352	-0.00122	0.01810	0.03068	0.04075	0.05146	0.08351
Y= 4.08	-0.04979	-0.01929	-0.01534	-0.01322	-0.00901	-0.00308	0.00632	0.01264	0.01789	0.02374	0.04645
Y= 4.68	-0.04044	-0.01764	-0.01419	-0.01233	-0.00863	-0.00362	0.00435	0.00978	0.01431	0.01937	0.03729

VALUES OF FI AT ITERATION NUMBER 232

	X=-3.589	X=-1.269	X=-1.010	X=-0.874	X=-0.610	X=-0.260	X= 0.290	X= 0.670	X= 0.997	X= 1.379	X= 3.092
Y=-3.56	-0.06049	-0.02400	-0.01890	-0.01616	-0.01068	-0.00279	0.00967	0.01794	0.02473	0.03218	0.05725
Y=-2.33	-0.09839	-0.04028	-0.03080	-0.03559	-0.01507	0.00093	0.02367	0.07988	0.05085	0.06330	0.09286
Y=-1.50	-0.13594	-0.06743	-0.05150	-0.04286	-0.02374	0.00410	0.04721	0.07972	0.09074	0.10724	0.14448
Y=-0.93	-0.16265	-0.11494	-0.09421	-0.08010	-0.04643	0.00729	0.08730	0.12596	0.14708	0.16089	0.19034
Y=-0.54	-0.17702	-0.13465	-0.10676	-0.14856	-0.09211	0.01189	0.15078	0.20082	0.21642	0.21565	0.20200
Y=-0.28	-0.18319	-0.26815	-0.27802	-0.26369	-0.16982	0.02853	0.23721	0.29410	0.29047	0.25914	0.21139
Y=-0.11	-0.18525	-0.34171	-0.43336	-0.44094	-0.26483	0.06037	0.33249	0.40041	0.36382	0.28373	0.21457
Y= 0.02	-0.18558	-0.36390	-0.57079	-0.59358	-0.31296	0.07949	0.39979	0.47081	0.41174	0.29878	0.21507
Y= 0.16	-0.18484	-0.32090	-0.37667	-0.37462	-0.23483	0.04932	0.30132	0.36443	0.33930	0.27795	0.21393
Y= 0.36	-0.18176	-0.23957	-0.23586	-0.21867	-0.13994	0.02074	0.20615	0.26091	0.26543	0.24634	0.20919
Y= 0.66	-0.17338	-0.15968	-0.13919	-0.12194	-0.07405	0.00978	0.12723	0.17409	0.19280	0.19836	0.19657
Y= 1.09	-0.15524	-0.05574	-0.07638	-0.06409	-0.03631	0.03627	0.07092	0.10493	0.12557	0.14157	0.17048
Y= 1.74	-0.12426	-0.05672	-0.04330	-0.03568	-0.01991	0.00279	0.03812	0.05982	0.07537	0.09142	0.12925
Y= 2.69	-0.08515	-0.03408	-0.02629	-0.02204	-0.01351	-0.00121	0.01811	0.03069	0.04076	0.05147	0.08351
Y= 4.08	-0.04979	-0.01928	-0.01534	-0.01322	-0.00901	-0.00307	0.00633	0.01265	0.01789	0.02374	0.04645
Y= 4.58	-0.04044	-0.01764	-0.01419	-0.01233	-0.00963	-0.00362	0.00435	0.00978	0.01431	0.01937	0.03729

VALUES OF FI AT ITERATION NUMBER 224

	X=-3.580	X=-1.269	X=-1.010	X=-0.874	X=-0.610	X=-0.260	X= 0.290	X= 0.670	X= 0.997	X= 1.379	X= 3.092
Y= -3.56	-0.06049	-0.02398	-0.01889	-0.01614	-0.01066	-0.00277	0.00969	0.01795	0.02474	0.03213	0.05725
Y= -2.33	-0.08830	-0.04026	-0.03077	-0.02556	-0.01504	0.00005	0.02369	0.03890	0.05086	0.06332	0.09846
Y= -1.50	-0.17594	-0.06741	-0.05189	-0.04284	-0.02372	0.00412	0.04723	0.07274	0.09075	0.10725	0.14448
Y= -0.93	-0.16265	-0.11463	-0.09419	-0.08008	-0.04641	0.00731	0.08732	0.12598	0.14709	0.16089	0.18094
Y= -0.54	-0.17702	-0.18464	-0.16675	-0.14855	-0.09210	0.01151	0.15079	0.20084	0.21643	0.21555	0.20200
Y= -0.28	-0.18319	-0.26814	-0.27801	-0.26368	-0.16981	0.02854	0.23723	0.29412	0.29049	0.25915	0.21139
Y= -0.11	-0.19525	-0.34170	-0.43335	-0.44493	-0.26482	0.06038	0.33251	0.40042	0.36383	0.28374	0.21457
Y= 0.02	-0.19553	-0.36389	-0.57078	-0.59357	-0.31295	0.07951	0.38981	0.47082	0.41179	0.28379	0.21507
Y= 0.16	-0.18484	-0.32089	-0.37686	-0.37461	-0.23482	0.04934	0.30134	0.36445	0.33991	0.27796	0.21393
Y= 0.36	-0.18176	-0.23956	-0.23585	-0.21866	-0.13993	0.02075	0.20617	0.26092	0.26544	0.24635	0.20219
Y= 0.64	-0.17338	-0.15967	-0.13918	-0.12193	-0.07404	0.00980	0.12725	0.17411	0.19282	0.19839	0.19557
Y= 1.09	-0.15524	-0.09572	-0.07636	-0.06408	-0.03529	0.00629	0.07093	0.10494	0.12569	0.14158	0.17048
Y= 1.74	-0.12426	-0.05670	-0.04328	-0.03566	-0.01989	0.00281	0.03814	0.05983	0.07589	0.09143	0.12955
Y= 2.69	-0.08515	-0.03406	-0.02626	-0.02201	-0.01348	-0.00118	0.01813	0.03070	0.04077	0.05148	0.08351
Y= 4.08	-0.04979	-0.01927	-0.01533	-0.01321	-0.00900	-0.00306	0.00634	0.01265	0.01790	0.02375	0.04645
Y= 4.68	-0.04044	-0.01764	-0.01419	-0.01233	-0.00863	-0.00362	0.00435	0.00978	0.01431	0.01937	0.03729

PROFILE TYPE: NACA SECTION 0012
=====

112

FREE STREAM MACH NO.: 0.7700 ALFA= 0.0000 DEG

T/C= 0.1190

UPPER SURFACE:

LOWER SURFACE:

X/C	MACHNUMBER	PRESSURE-COEFFICIENT	MACHNUMBER	PRFSURF-COEFFICIENT
0.005	0.337	0.8875	0.337	0.4875
0.010	0.530	0.5352	0.530	0.5751
0.020	0.740	0.0652	0.740	0.0693
0.030	0.850	-0.1855	0.850	-0.1855
0.040	0.930	-0.3695	0.930	-0.3695
0.051	0.993	-0.5106	0.993	-0.5106
0.063	1.038	-0.6082	1.038	-0.6082
0.077	1.071	-0.6791	1.071	-0.6790
0.085	1.083	-0.7038	1.083	-0.7037
0.115	1.095	-0.7280	1.095	-0.7280
0.135	1.118	-0.7762	1.118	-0.7762
0.155	1.135	-0.8097	1.135	-0.8098
0.175	1.147	-0.8341	1.147	-0.8341
0.195	1.154	-0.8490	1.154	-0.8490
0.215	1.158	-0.8574	1.158	-0.8574
0.235	1.161	-0.8625	1.161	-0.8625
0.256	1.159	-0.8587	1.159	-0.8587
0.279	1.154	-0.8489	1.154	-0.8489
0.305	1.133	-0.8069	1.133	-0.8069
0.335	1.026	-0.5821	1.026	-0.5821
0.370	0.982	-0.4861	0.982	-0.4860
0.405	0.983	-0.4874	0.983	-0.4874
0.445	0.971	-0.4611	0.971	-0.4611

0.485	0.956	-0.4274	0.956	-0.4274
0.525	0.938	-0.3878	0.938	-0.3878
0.565	0.922	-0.3513	0.922	-0.3513
0.605	0.906	-0.3148	0.906	-0.3148
0.645	0.891	-0.2792	0.891	-0.2792
0.680	0.877	-0.2479	0.877	-0.2479
0.710	0.865	-0.2206	0.865	-0.2206
0.735	0.855	-0.1979	0.855	-0.1979
0.760	0.845	-0.1743	0.845	-0.1743
0.785	0.834	-0.1491	0.834	-0.1491
0.810	0.823	-0.1225	0.823	-0.1225
0.835	0.811	-0.0941	0.811	-0.0941
0.860	0.797	-0.0623	0.797	-0.0623
0.885	0.781	-0.0259	0.781	-0.0260
0.910	0.763	0.0170	0.763	0.0170
0.935	0.739	0.0713	0.739	0.0713
0.960	0.707	0.1464	0.707	0.1464
0.985	0.655	0.2632	0.655	0.2632
0.998	0.615	0.3546	0.615	0.3546
1.012	0.511	0.3621	0.611	0.3621
1.029	0.651	0.2731	0.651	0.2731

76- 2/26 OLE FANOE

RUN: 2023

RESULTS FROM COTF

PROFILE TYPE: NACA SECTION 0012
=====

FREE STREAM MACH NO.: 0.7700 FREE STREAM REYNOLD NO.: 99.99*10**6

SKIN FRICTION + FORM DRAG: 0.0

WAVEDRAG: 0.0018

Output fra programmet PLOT

* * * * * PLOTTING OF RESULTS FROM RUN NO. 2764 * * * * *

76- 2/16 OLE FA'OE

PLOT I;ROUTINE=PLTEND;MESSAGE=PLOTTING TERMINATED;
 VALUE=ESTIMATED PLOTTIME:= 14 MINS. ,
 ESTIMATED NOPLOTTIME:= 0 MINS. ,
 DIMENSION OF DRAWING:= 57 * 46 CM;

APPENDIX C

Listing af programmer.

Listing af VOLUME

C
C
C

***** COMPUTING OF START VALUES FOR MAIN PROGRAM *****

```

REAL*4 F(71,46), XCOORD(71), YCOORD(46), DFDX(42), PROFIL(9)
REAL*4 XNLR(100), YY(100), THTA(100), DTHDX(100), F(101), ADDFDX(42)
REAL*4 DEHIDE(42), THHIDE(42), DWAKE(17), FCALC(42), QHHIDE(42)
DATA INUM/071/, JNUM/046/, IPOA/042/, IPUA/015/
COMMON THTA, DTHDX, IRUNNO
READ(5,170) QMUEND, REUEND, XTRANS
READ(5,100) XCOORD
READ(5,100) YCOORD
READ(5,160) PROFIL
READ(5,100) DELTA
READ(5,150) ISTOP, INLROA, ICPPPR
READ(10) FI
READ(10) ITERFI
READ(10) IRUNNO
IF(INLROA-1) 5,5,7
5 READ(5,110) (XNLR(I), YY(I), CP, THTA(I), DTHDX(I), I=1, ISTOP)
GO TO 8
7 READ(5,115) (XNLR(I), YY(I), I=1, ISTOP)
8 CALL SIGNAT
WRITE(6,200)
WRITE(6,210) (I, XCOORD(I), I, YCOORD(I), I=1, JNUM)
IUP = JNUM+1
WRITE(6,215) (I, XCOORD(I), I=IUP, INUM)
CALL SIGNAT
WRITE(6,220) PROFIL
WRITE(6,230) (XNLR(I), YY(I), I=1, ISTOP)
A=XNLR(1)
B=XNLR(ISTOP)
ZH=(B-A)/2.

```

C
C

*** CALCULATING OF 'VOLUME' ***

```

F(1)=0.
F(101)=0.
DO 15 I=2,100
X=FLOAT(I-1)*0.02-1.
QKSI=ZH*(X+1.)+A
IF(INLROA-1) 10,10,12
10 CALL NLRITP(QKSI, ETA, DETADX, XNLR, YY, ISTOP)
GO TO 15
12 CALL CDFINT(QKSI, ETA, DYDX, XNLR, YY, ISTOP)
15 F(I)=ETA
H=0.02
N=101
CALL QSF(H, F, F, N)
VOLUME=F(101)*8./DELTA/(B-A)**2
CALL SIGNAT
WRITE(6,120) PROFIL, VOLUME

```

C
C

*** CALCULATING OF SLOPES ***

```

IPUAF=IPUA+1
IPUAL=IPUA+IPOA
CALL SIGNAT
WRITE(6,130) PROFIL
DO 20 I=IPUAF, IPUAL
QKSI=ZH*(XCOORD(I)+1.)+A
IF(INLROA-1) 17,17,18
17 CALL NLRITP(QKSI, ETA, DETADX, XNLR, YY, ISTOP)

```

```

      GO TO 19
18  CALL CDFINT(QKSI,ETA,DETADX,XNLR,YY,ISTOP)
19  DFDX(I-IPUA)=DETADX/DELTA
C   IF(REUEND.GT.98.00E 06)GO TO 190
C   DFDX(I-IPUA)=DFDX(I-IPUA)/SQRT(1.+(DELTA*DFDX(I-IPUA))**2)
190 WRITE(6,140)XCOORD(I),DFDX(I-IPUA)
20  CONTINUE
C
C   ***** START VALUES FOR FI *****
      QMAC=AMAX1(C.6,C.7*QMUEND)
      QK=(1.-QMAC**2)/QMAC/DELTA**0.6666667
      I1=IPUA+1
      I2=IPUA+IPOA
      JM=JNUM/2
      DO 40 I=1,INUM
      X=XCOORD(I)
      DO 40 J=1,JM
      Y=YCOORD(J)
      SUM1=0.
      DO 30 IOA=I1,I2
      DELTS=(XCOORD(IOA+1)-XCOORD(IOA-1))/2.
      DXJ=X-XCOORD(IOA)
      Y2=QK*Y*Y
      SUM=(Y2+(DXJ+DELTS/2.))**2*(Y2*(DXJ-DELTS/2.))**2)/QK/QK
      SUM=ALOG(SUM)+DELTS*DELTS*(-Y2+DXJ**2)/(Y2+DXJ**2)**2/3.
      SUM=SUM*DELTS*DFDX(IOA-IPUA)/(1.+(DELTA*DFDX(IOA-IPUA))**2)
      SUM1=SUM1+SUM
30  CONTINUE
      FI(I,J)=SUM1/4./SQRT(QK)/3.141593-C.0040
      FI(I,JNUM+1-J)= FI(I,J)
40  CONTINUE
C
C   ***** INITIALISING *****
      DO 50 I=1,IPOA
      DEHIDE(I)= 0.0
      THHIDE(I)= 0.0
      QHHIDE(I)= 0.0
      FCALC(I) =-20.00
50  ADDDFDX(I)=0.0
      DO 55 I=1,17
55  DWAKE(I)= 0.0
      ITERFI=1
      REWIND 10
      WRITE(10)FI
      WRITE(10)ITERFI
      WRITE(10)IRUNNO
      WRITE(10)QMUEND
      WRITE(10)REUEND
      WRITE(10)XTRANS
      WRITE(10)XCOORD
      WRITE(10)YCOORD
      WRITE(10)PROFIL
      WRITE(10)DELTA
      WRITE(10)VOLUME
      WRITE(10)DFDX
      WRITE(10)ADDFDX
      WRITE(10)DWAKE
      WRITE(10)FCALC
      WRITE(10)DEHIDE
      WRITE(10)THHIDE

```

```

WRITE(10)QHHIDE
STOP
100 FORMAT(E14.7)
110 FORMAT(2F8.5,F7.4,F8.5,F10.6)
115 FORMAT(2F8.5)
120 FORMAT(1H0,6X,9A4,4X,'VOLUME:',E15.7/7X,36(1H-),4X,22(1H-))
130 FORMAT(1H0,6X,9A4/7X,36(1H=))
140 FORMAT(1H0,6X,'XCOORD=',F8.4,4X,'D(F)/D(X) = ',F10.7)
150 FORMAT(3I5)
160 FORMAT(9A4)
170 FORMAT(3E14.7)
200 FORMAT(1H0//1H ,17X,'I',4X,'XCOORD',8X,'J',4X,'YCOORD',//)
210 FORMAT(1H ,15X,I3,F11.5,5X,I3,F11.5)
215 FORMAT(1H ,15X,I3,F11.5)
220 FORMAT(1H0///1H ,17X,'PROFILE-TABLE FOR: ',9A4/1X,56(1H-)//)
230 FORMAT(1H ,15X,F8.5, 3X,F8.5)
END
SUBROUTINE NLRITP(QKSI,ETA,DETADX,XNLR,YY,ISTOP)
C****
C INTERPOLATION IN NLR-PROFILE TABLES
C
REAL*4 XNLR(100), YY(100), THTA(100), DTHDX(100)
COMMON THTA,DTHDX,IRUNNO
DO 10 I=1,ISTOP
  I_HIDE=I
  IF(XNLR(I).GE.QKSI)GO TO 20
10 CONTINUE
20 SKI=QKSI-XNLR(I_HIDE-1)
  HI=XNLR(I_HIDE)-XNLR(I_HIDE-1)
  YI=YY(I_HIDE)
  YIM1=YY(I_HIDE-1)
  DYI=TAN(THTA(I_HIDE))
  DYIM1=TAN(THTA(I_HIDE-1))
  DDYI=-DTHDX(I_HIDE)*(1.+DYI**2)**1.5
  DDYIM1=-DTHDX(I_HIDE-1)*(1.+DYIM1**2)**1.5
  A0=YIM1
  A1=DYIM1
  A2=DDYIM1/2.
  X1=YI-YIM1
  X2=HI*HI*DDYIM1/2.
  X3=HI**3
  A3=(X1-HI*DYIM1-X2)/X3
  A4=(-3.*X1+HI*(DYI+DYIM1+DYIM1)+X2)/X3/HI
  A5=(6.*X1-3.*HI*(DYI+DYIM1)+HI*HI*DDYI/2.-X2)/X3/HI/HI
  X4=SKI-HI
  X5=A3+A4*X4+A5*X4*X4
  ETA=A0+A1*SKI+A2*SKI**2+X5*SKI**3
  DETADX=A1+2.*A2*SKI+3.*X5*SKI**2+(A4+2.*A5*X4)*SKI**3
  RETURN
END
SUBROUTINE SIGNAT
C****
C WRITES DATE AND NAME ON PAGETOP
REAL*4 THTA(100),DTHDX(100)
COMMON THTA,DTHDX,IRUNNO
CALL DATE(ID,IM,IY)
IRUN=IRUNNO+1
IF(ID.LT.10)GO TO 5
WRITE(6,10)IRUN ,IY,IM,ID
GO TO 8

```

```

5 WRITE(6,15)IRUN ,IY,IM,ID
8 RETURN
10 FORMAT(1H1,'RESULTS FROM VOLUME',38X,'RUN:',16,45X,12,'-',12,'/',
*12,3X,'OLE FANØE'///)
15 FORMAT(1H1,'RESULTS FROM VOLUME',38X,'RUN:',16,45X,12,'-',12,'/',
*11,3X,'OLE FANØE'///)
END
SUBROUTINE CDFINT(X,Y,DYDX,XTAB,YTAB,N)
C****
C CDFINT INTERPOLATES IN A TABLE BY MEANS OF CENTRAL DIFFERENCES
C
C REAL*4 XTAB(N), YTAB(N)
C ***** ZERO POINT *****
JUP=N-1
DO 10 J=2, JUP
I=J
XLIM=(XTAB(J+1)+XTAB(J))/2.
IF(XLIM-X)10,20,20
10 CONTINUE
C ***** FIRST AND SECOND DERIVED *****
20 DXI= XTAB(I+1)-XTAB(I)
DXIM1=XTAB(I)-XTAB(I-1)
T=DXI/DXIM1
DYI= YTAB(I+1)-YTAB(I)
DYIM1=YTAB(I)-YTAB(I-1)
XH=DXI+DXIM1
F1=(DYI/T+DYIM1*T)/XH
F2=2.*(DYI/T-DYIM1)/(XH+DXIM1)
QKSI=X-XTAB(I)
IF(1.GT.2.AND.1.LT.N-1)GO TO 30
Y=YTAB(I)+F1*QKSI+F2*QKSI** 02/2.
DYDX=F1+QKSI*F2
RETURN
C ***** THIRD DERIVED *****
30 DXIP1=XTAB(I+2)-XTAB(I+1)
S=DXIP1/DXI
DXIM2=XTAB(I-1)-XTAB(I-2)
P=DXIM1/DXIM2
DYIP1=YTAB(I+2)-YTAB(I+1)
DYIM2=YTAB(I-1)-YTAB(I-2)
XHP1=DXIP1+DXI
XHM1=DXIM1+DXIM2
F3=12.*((DYIP1/S-DYI)/(DXI*XHP1)-(DYIM1/P-DYIM2)/(XHM1*DXIM2))/(
*XHP1+X4+XHM1)
Y=YTAB(I)+F1*QKSI+F2*QKSI** 02/2.+F3*QKSI** 03/6.
DYDX=F1+F2*QKSI+F3*QKSI** 02/2.
RETURN
END

```


Listing af COTF

```

REAL*4 XOUT(44), ADDFDX(42), DEHIDE(42), THHIDE(42), FCALC(42)
REAL*4 QMACH(44), VELO(44), DVELDX(44), QNY(44), QHHIDE(42)
REAL XCOORD(71), YCOORD(46), PROFIL(3), DRAGLO(42), QK(71,46)
REAL FI(71,46), F(101), DFDX(42), DELTST(42), THAETA(42), DWAKE(17)
EXTERNAL FRS48, QLR548, QLR524, FRS24, FRSVK, QLR5VK

C
C ***** ITERAT: NUMBER OF ITERATIONS *****
COMMON/ABCD/INUM, JNUM, IPUA, IPOA, IRUNNO, IOLAY, ITERAT
COMMON/BCDE/FI
COMMON/CDEF/XCOORD, YCOORD
COMMON/DEFG/SPECHT, QK
COMMON/HIJK/QLAMBD, DELTA, QMUEND, PROFIL
COMMON/JKLM/DFDX, ADDFDX, XOUT, XTRANS, ITDFDX
COMMON/LMNO/REUEND, QMACH, VELO, DVELDX, QNY
COMMON/NOPQ/DEHIDE, THHIDE, THAETA, DELTST, DRAGLO
COMMON/OPQR/DWAKE, FCALC, QHHIDE, QOM
READ(10)FI
READ(10)ITERFI
READ(10)IRUNNO
READ(10)QMUEND
READ(10)REUEND
READ(10)XTRANS
READ(10)XCOORD
READ(10)YCOORD
READ(10)PROFIL
READ(10)DELTA
READ(10)VOLUME
READ(10)DFDX
READ(10)ADDFDX
READ(10)DWAKE
READ(10)FCALC
READ(10)DEHIDE
READ(10)THHIDE
READ(10)QHHIDE
QMUEND=QMUEND+0.02
ITERFI= 165
C
C ***** CALCULATING OF XOUT *****
DO 10 I=1, IPOA
  THAETA(I)= 0.0
  DELTST(I)= 0.0
  DRAGLO(I)= 0.0
10 XOUT(I)=(XCOORD(I+IPUA)+1.)/2.
  XOUT(IPOA+1)=(XCOORD(IPOA+1+IPUA)+1.)/2.
  XOUT(IPOA+2)=(XCOORD(IPOA+2+IPUA)+1.)/2.
  ITDFDX= 0
  QLAMBD=DELTA**0.6666667*QMUEND**1.25
  DO 20 J=1, JNUM
    DO 20 I=1, INUM
      CALL ROTA(I, J, EE, RHS)
20 QK(I, J)= (1.-QMUEND**2 * (1.+(1.+SPECHT)*EE))/QLAMBD
  IRUNNO=IRUNNO+1
  IJUMP = 0
  CALL OUT3
  IF(REUEND.GT. 98.0E 06)GO TO 45
  IF(ITERFI.NE.1)GO TO 45
  CALL BLNMAC
45 J22=JNUM/2

```

```

      CALL OUTBC(VOLUME)
C      GO TO 75
      CALL WRITEI(ITERFI)
      ITERLW=ITERFI
      ITERUP=ITERFI+ITERAT-1
C      ***** ITERATION ON FI *****
      DO 70 ITER=ITERLW,ITERUP
      BTEST=ABS(FI(IPUA+2,J22))+ABS(FI(IPUA+ 7,J22))
      * +ABS(FI(IPUA+12,J22))+ABS(FI(IPUA+17,J22))+ABS(FI(IPUA+22,J22))
      * +ABS(FI(IPUA+27,J22))+ABS(FI(IPUA+32,J22))+ABS(FI(IPUA+37,J22))
      ITDFDX=ITER
      IF(REUEND.GT. 98.0E 06)GO TO 40
30  IF(ITERFI.LE.12)GO TO 40
      IF(MOD(ITERFI,06).NE.0)GO TO 40
      CALL BLNMAC
C      *** X .LT. -1 ***
40  I1=2
      I2=IPUA
      J1=2
      J2=JNUM-1
      FDE=0.
      QLDE=0.
      CALL LINERX(I1,I2,J1,J2,FRS48,QLRS48,FDE,QLDE,&75)
C      *** TO INSURE NO JUMP IN FI ACROSS Y=0 UPSTREAM OF THE L.E. ***
      J2=JNUM/2
      DO 50 IC=2,IPUA
      XH2= FI(IC,J2+1)
      XH3=FI(IC,J2)
      FI(IC,J2+1)= (XH3+XH2)/2.
50  FI(IC,J2) = (XH3+XH2)/2.
C      *** X .GT. -1 .AND. X .LT. 1 ***
C      *** Y .LT. 0 ***
      I1=IPUA+1
      I2=IPUA+IPOA-IOLAY
      J1=2
      J2=JNUM/2
      FDE=0.
      QLDE=1.
      CALL LINERX(I1,I2,J1,J2,FRS48,QLRS24,FDE,QLDE,&75)
C      *** Y .GT. 0 ***
      J1=JNUM/2+1
      J2=JNUM-1
      FDE=DELTAY(J1)/DELTAY(J1-1)
      QLDE=0.
      CALL LINERX(I1,I2,J1,J2,FRS24,QLRS48,FDE,QLDE,&75)
C      *** X .GT. 1 ***
C      *** Y .LT. 0. ***
      I1=IPUA+IPOA+1-IOLAY
      I2=JNUM-1
      J1=2
      J2=JNUM/2
      FDE=0.0
      QLDE= 1.
      CALL LINERX(I1,I2,J1,J2,FRS48,QLRSWK,FDE,QLDE,&75)
C      *** Y .GT. 0. ***
      J1= JNUM/2+1
      J2= JNUM-1
      FDE= DELTAY(J1)/DELTAY(J1-1)
      QLDE= 0.0
      CALL LINERX(I1,I2,J1,J2,FRSWK,QLRS48,FDE,QLDE,&75)

```

```

ITERFI=ITERFI+1
IF(MOD(ITERFI,100).EQ.0)CALL WRITFI(ITERFI)
ATEST=ABS(FI(IPUA+2,J22))+ABS(FI(IPUA+7,J22))
* +ABS(FI(IPUA+12,J22))+ABS(FI(IPUA+17,J22))+ABS(FI(IPUA+22,J22))
* +ABS(FI(IPUA+27,J22))+ABS(FI(IPUA+32,J22))+ABS(FI(IPUA+37,J22))
CTEST=ABS(ATEST-BTEST)/BTEST
IF(MOD(ITER,12).EQ.3)CALL OUTBC(VOLUME)
IF(CTEST.GT.0.000004)GO TO 70
IJUMP = IJUMP+1
IF(IJUMP.EQ.3)GO TO 75
CALL WRITFI(ITERFI)
70 CONTINUE
75 REWIND 10
WRITE(10)FI
WRITE(10)ITERFI
WRITE(10)IRUNNO
80 WRITE(10)QMUEND
WRITE(10)REUEND
WRITE(10)XTRANS
WRITE(10)XCOORD
WRITE(10)YCOORD
WRITE(10)PROFIL
WRITE(10)DELTA
WRITE(10)VOLUME
WRITE(10)DFDX
WRITE(10)ADDFDX
WRITE(10)DWAKE
WRITE(10)FCALC
WRITE(10)DEHIDE
WRITE(10)THHIDE
WRITE(10)QHHIDE
IF(MOD(ITERFI,100).EQ.0)GO TO 90
CALL WRITFI(ITERFI)
90 CALL OUT1
CALL OUT2
STOP
END
FUNCTION DELTAX(I)
C****
C DELTAX GIVES THE INCREAMENT IN X
C I IS .GE. 1 AND .LT. INUM
C
REAL XCOORD(71), YCOORD(46)
COMMON/ABCD/ INUM, JNUM, IPUA, IPNA, IRUNNO, IOLAY, ITEPAT
COMMON/CDEF/XCOORD, YCOORD
C ***** TEST ON SUBSCRIPT *****
IF(I)50,50,5
5 IF(INUM-I)50,50,8
8 DELTAX=XCOORD(I+1)-XCOORD(I)
RETURN
50 WRITE(6,60)
60 FORMAT(1H0,6X,'SUBSCRIPT IN DELTAX IS OUT OF RANGE')
DELTAX=0.9E5
RETURN
END
FUNCTION DELTAY(J)
C****
C DELTAY GIVES THE INCREAMENT IN Y
C J IS .GE. 1 AND .LT. JNUM
C
REAL XCOORD(71), YCOORD(46)

```

```

COMMON/ABCD/INUM,JNUM,IPUA,IPOA,IRUNNO,IOLAY,ITERAT
COMMON/CDEF/XCOORD,YCOORD
C ***** TEST ON SUBSCRIPT *****
  IF(J)30,30,5
5  IF(JNUM-J)30,30,8
8  DELTAY=YCOORD(J+1)-YCOORD(J)
  RETURN
30 WRITE(6,40)
40 FORMAT(1H0,6X,'SUBSCRIPT IN DELTAY IS OUT OF RANGE')
  DELTAY=0.9E05
  RETURN
  END
  FUNCTION FRS48(I)
C*****
C
  REAL FI(71,46)
  COMMON/BCDE/FI
  FRS48=-FI(I,1)*DELTAY(2)/DELTAY(1)
  RETURN
  END
  FUNCTION QLRS48(I)
C*****
C
  REAL FI(71,46)
  COMMON/ABCD/INUM,JNUM,IPUA,IPOA,IRUNNO,IOLAY,ITERAT
  COMMON/BCDE/FI
  QLRS48=-FI(I,JNUM)
  RETURN
  END
  FUNCTION FRS24(I)
C*****
C
  REAL*4 FI(71,46)
  COMMON/ABCD/INUM,JNUM,IPUA,IPOA,IRUNNO,IOLAY,ITERAT
  COMMON/BCDE/FI
  CALL DERSHP(I,DFXUP,X)
  J= JNUM/2+1
  FRS24=DELTAY(J)*DFXUP
  CALL FRSROT(I,J,DFXUP,RHSUP,X)
  FRS24= FRS24+RHSUP
  RETURN
  END
  FUNCTION QLRS24(I)
C*****
C
  REAL*4 FI(71,46)
  COMMON/ABCD/INUM,JNUM,IPUA,IPOA,IRUNNO,IOLAY,ITERAT
  COMMON/BCDE/FI
  CALL DERSHP(I,X,DFXLOW)
  J = JNUM/2
  QLRS24=-DELTAY(J)*DFXLOW
  CALL FRSROT(I,J,DFXLOW,X,RHSLO)
  QLRS24= QLRS24+RHSLO
  RETURN
  END
  FUNCTION QLRSWK(I)
C*****
C
  REAL*4 DWAKE(17),FCALC(42),QUIHIDE(42),PROFIL(9),FI(71,46)
  COMMON/ABCD/INUM,JNUM,IPUA,IPOA,IRUNNO,IOLAY,ITERAT

```

```

COMMON/BCDE/FI
COMMON/HIJK/QLAMBD, DELTA, QMUEND, PROFIL
COMMON/OPQR/DWAKE, FCALC, QHHIDE, QOM
INDEX=1-IPUA-IPOA+IOLAY
J= JNUM/2
QLRSWK= DWAKE(INDEX)*DELTAY(J)*QMUEND**0.125
DFX = -QLRSWK/DELTAY(J)
CALL FRSROT(I, J, DFX, X, RHSLO)
QLRSWK= QLRSWK+RHSLO
RETURN
END
FUNCTION FRSWK(I)

```

C****

C

```

REAL*4 DWAKE(17), FCALC(42), QHHIDE(42), PROFIL(9), FI(71,46)
COMMON/ABCD/INUM, JNUM, IPUA, IPOA, IRUNNO, IOLAY, ITERAT
COMMON/BCDE/FI
COMMON/HIJK/QLAMBD, DELTA, QMUEND, PROFIL
COMMON/OPQR/DWAKE, FCALC, QHHIDE, QOM
INDEX=1-IPUA-IPOA+IOLAY
J= JNUM/2+1
FRSWK= DWAKE(INDEX)*DELTAY(J)*QMUEND**0.125
DFX = FRSWK/DELTAY(J)
CALL FRSROT(I, J, DFX, RHSUP, X)
FRSWK= FRSWK+RHSUP
RETURN
END
SUBROUTINE FRSROT(I, J, DFX, EXROUP, EXROLO)

```

C****

C

C

C

C

C

C

```

FRSROT GIVES FOR ROTATIONAL FLOW ADDITIONAL TERMS
AT INTERNAL BOUNDARIES
DFX : DERIVED OF SHAPE-FUNCTION
EXROUP: ADDITIONAL TERM FOR THE UPPER-SIDE
EXROLO: ADDITIONAL TERM FOR THE LOWER-SIDE

```

```

REAL*4 XCOORD(71), YCOORD(46), PROFIL(9), FI(71,46)
COMMON/ABCD/INUM, JNUM, IPUA, IPOA, IRUNNO, IOLAY, ITERAT
COMMON/BCDE/FI
COMMON/CDEF/XCOORD, YCOORD
COMMON/HIJK/QLAMBD, DELTA, QMUEND, PROFIL
COMMON/PQRS/AMP, QKWAVE
DE(Y) = -AMP*SIN(QKTR*Y)*QKTR
DDE(Y) = -AMP*COS(QKTR*Y)*QKTR**2
XHELP1 = DELTA**0.3333333
XHELP2 = QMUEND**0.625
QKTR = QKWAVE/XHELP1/XHELP2
S = DELTAY(J)
SDS= S/DELTAY(J-1)
Y1= YCOORD(J+1)
Y2= YCOORD(J)
Y3= YCOORD(J-1)
RHS1 = -FI(I, J)*(SDS *DE(Y2)-S*DDE(Y2)/2.)
RHS2 = FI(I, J-1)*(SDS*DE(Y3) +S*DDE(Y3)/2.)
RHS3 = S*DFX*(DE(Y2)+DE(Y3))/2.
EXROUP= (DELTAY(J-1)+S)*QMUEND**2 *(RHS3+RHS1+RHS2)/4.
RHS1 = -FI(I, J+1)*(DE(Y1)-S*DDE(Y1)/2.)
RHS2 = FI(I, J)*(DE(Y2)+S *DDE(Y2)/2.)
RHS3 = S*DFX*(DE(Y1)+DE(Y2))/2.
EXROLO= (S+DELTAY(J-1))*QMUEND**2 *(RHS3+RHS1+RHS2)/4.
RETURN
END

```

```

SUBROUTINE ELLIPI(I,J,VIJ,ELLDIG,QHOJRE,QITRSE)
C****
C   ELLIPI COMPUTES THE DIAGONAL-ELEMENT AND THE RIGHT-SIDE OF THE
C   EQUATION IN THE ELLIPTIC-CASE
C   ELLDIG- DIAGONALELEMENT
C   QHOJRE- PART OF RHS THAT IS INDEPENDENT OF ITERATIV SOLUTION
C   QITRSE- PART OF RHS THAT IS DEPENDENT OF THE ITERATIVE SOLUTION
C
      REAL FI(71,46)
      COMMON/BCDE/FI
      X1=DELTA(X(I))
      X2=DELTA(X(I-1))
      Y1=DELTA(Y(J))
      Y2=DELTA(Y(J-1))
      S=Y1/Y2
      T=X1/X2
      Z1=Y1/X1*Y2/X2*VIJ
      ELLDIG=-(1.+S)*(1.+Z1)
      QHOJRE=-Z1*(1.+S)/(1.+T)*(FI(I+1,J)+T*FI(I-1,J))
      QITRSE=-S*FI(I,J-1)-ELLDIG*FI(I,J)-FI(I,J+1)
      CALL ROTA(I,J,EE,RHS)
      QHOJRE= QHOJRE+ RHS
2  RETURN
   END
SUBROUTINE HYP1(I,J,QHPDIG,QHPRHT)
C****
C   HYP1 COMPUTES THE DIAGONAL-ELEMENT AND THE RIGHT SIDE OF THE
C   EQUATION IN THE HYPERBOLIC-CASE.(1. ORDER)
C
      REAL FI(71,46),QK(71,46)
      COMMON/BCDE/FI
      COMMON/DEFG/SPECHI,QK
      X1=DELTA(X(I-1))
      X2=DELTA(X(I-2))
      Y1=DELTA(Y(J))
      Y2=DELTA(Y(J-1))
      S=Y1/Y2
      T=X1/X2
      R=Y1/X1*Y2/X2*(1.+S)/(1.+T)
      P=R*(SPECHT+1.)/X2/(1.+T)
      A=R*QK(I,J)+P*FI(I-2,J)
      B=-(1.+T)*FI(I-1,J)+T*FI(I-2,J)
      C=-1.-S+A-P*B
      D=P*FI(I,J)
      QHPDIG=C-2.*D
      QHPRHT=-A*B-S*FI(I,J-1)-(C-D)*FI(I,J)-FI(I,J+1)
      CALL ROTA(I,J,EE,RHS)
      QHPRHT= QHPRHT + RHS
      RETURN
   END
SUBROUTINE DUBINT(VALDUB,VALROT)
C****
C   DUBINT GIVES THE VALUE OF THE DOUBLE INTEGRAL IN THE DOUBLET,
C   WHICH IS USED IN DETERMINATION OF THE OUTER BOUNDARY CONDITION.
C   VALROT IS THE TERM DUE TO ROTATIONAL FLOW.
C
      REAL S(46), FI(71,46), QK(71,46), T(46), PROFIL(9)
      COMMON/ABCD/INUM,JNUM,IPUA,IPOA,IRUNNO,IOLAY,ITERAT
      COMMON/BCDE/FI
      COMMON/DEFG/SPECHT,QK

```

```

COMMON/HIJK/QLAMBD,DELTA,QMUEND,PROFIL
COMMON/PQRS/AMP, QKWAVE
N=INUM
C ***** INTEGRATION IN THE X-DIRECTION *****
DO 20 J=1,JNUM
A=(F1(2,J)-F1(1,J))*2/DELTA(1)/SQRT(QK(2,J))
*      +(F1(N,J)-F1(N-1,J))*2/DELTA(N-1)/SQRT(QK(N-1,J))
B = F1(1,J)*DELTA(1)+ F1(INUM,J)*DELTA(INUM-1)
NM=N-1
DO 10 I=2,NM
A=A+(F1(I+1,J)-F1(I-1,J))*2/(DELTA(I-1)+DELTA(I))
10 B = B + F1(I,J)*(DELTA(I) + DELTA(I-1))
S(J)=A/2.
T(J) = B/2.
20 CONTINUE
C ***** INTEGRATION IN THE Y-DIRECTION *****
A=S(1)*DELTAY(1)+S(JNUM)*DELTAY(JNUM-1)
CALL ROTA(2,1,EE,RHS)
B = T(1)*DELTAY(1)*EE
CALL ROTA(2,JNUM,EE,RHS)
B = B +T(JNUM)*DELTAY(JNUM-1)*EE
NM=JNUM-1
DO 30 J=2,NM
A=A+S(J)*(DELTAY(J-1)+DELTAY(J))
CALL ROTA(2,J,EE,RHS)
B = B+ EE*T(J)*(DELTAY(J)+DELTAY(J-1))
30 CONTINUE
VALDUB=A/2.
QKTR= QKWAVE/DELTA**0.333333/QMUEND**0.625
VALROT= B/2. *QKTR**2
RETURN
END
SUBROUTINE DERSHP(I,DFXUP,DFXLOW)
C****
C DERSHP COMPUTES THE DERIVED SHAPE-FUNCTION
C DFXUP THE DERIVED FUNCTION ON UPPER-SIDE
C DFXLOW THE DERIVED FUNCTION ON LOWER-SIDE
C I: X=XCOORD(I)
C
REAL*4 XOUT(44),ADDFDX(42),DFDX(42),PROFIL(9)
COMMON/ABCD/INUM,JNUM,IPUA,IPOA,IRUNNO,IOLAY,ITERAT
COMMON/HIJK/QLAMBD,DELTA,QMUEND,PROFIL
COMMON/JKLM/DFDX,ADDFDX,XOUT,XTRANS,ITDFDX
INDEX=1-IPUA
DFXUP=(DFDX(INDEX)+ADDFDX(INDEX))*QMUEND**0.125
DFXLOW=-DFXUP
RETURN
END
SUBROUTINE OUTBC(VOLUME)
C****
C OUTBC COMPUTES THE OUTER BOUNDARY VALUES
C
REAL F1(71,46), XCOORD(71), YCOORD(46),QK(71,46), PROFIL(9)
COMMON/ABCD/INUM,JNUM,IPUA,IPOA,IRUNNO,IOLAY,ITERAT
COMMON/BCDE/FI
COMMON/CDEF/XCOORD,YCOORD
COMMON/DEFG/SPECHT,QK
COMMON/HIJK/QLAMBD,DELTA,QMUEND,PROFIL
C *** DETERMINATION OF DOUBLET STRENGTH ***
CALL DUBINT(VALDUB,VALROT)

```



```

DOUBLT=VOLUME+(SPECHT+1.)*VALDUB/2.
QKZE=(QK(IPUA,JNUM/2)+QK(IPUA,JNUM/2+1))/2.
DOUBLT=DOUBLT/2./3.141592/SQRT(QKZE)
VALROT=VALROT/6.283184/SQRT(QKZE)*QMUEND**2/2.
YH1=YCOORD(1)*YCOORD(1)*QKZE
YH2=YCOORD(JNUM)*YCOORD(JNUM)*QKZE
DO 50 I=1,INUM
  XH=XCOORD(I)
  FI(I,1)=XH*DOUBLT/(XH*XH+YH1)+VALROT*ALOG(XH**2+YH1)
50 FI(I,JNUM)=XH*DOUBLT/(XH*XH+YH2)+VALROT*ALOG(XH**2+YH2)
  XH1=XCOORD(1)*DOUBLT
  XH2=XCOORD(1)*XCOORD(1)
  XH3=XCOORD(INUM)*DOUBLT
  XH4=XCOORD(INUM)*XCOORD(INUM)
  JUP=JNUM-1
  DO 60 J=2,JUP
    YH1=YCOORD(J)*YCOORD(J)*QKZE
    FI(1,J)=XH1/(XH2+YH1)+VALROT*ALOG(XH2+YH1)
60 FI(INUM,J)=XH3/(XH4+YH1)+VALROT*ALOG(XH4+YH1)
  RETURN
END
SUBROUTINE LINERX(I1,I2,J1,J2,FRS,QLRS,FDE,QLDE,*)
C****
C LINERX- SETS UP (J2-J1+1)-SIMULTANEOUS EQUATIONS AT A VERTICAL-
C LINE, WHICH CONTAINS NO INTERNAL BOUNDARY-CONDITIONS, AND
C LINERX SOLVES THESE EQUATIONS
C I1 - THE NUMBER ON THE FIRST OF THE SUCCESSIVE LINES
C I2 - THE NUMBER ON THE LAST LINE
C J1 - THE FIRST NUMBER IN THE Y-DIRECTION
C J2 - THE LAST NUMBER IN THE Y-DIRECTION
C FRS - THE ADDITIONAL TERM FOR THE RIGHT SIDE OF THE FIRST
C EQUATION, BESIDES THE TERM FROM EITHER THE ELLIPTIC- THE
C PARABOLIC OR THE HYPERBOLIC TERM
C QLRS - THE ADDITIONAL TERM FOR THE RIGHTSIDE OF THE LAST EQUATION
C FDE - THE ADDITIONAL TERM FOR THE FIRST DIAGONAL-ELEMENT
C QLDE - THE ADDITIONAL TERM FOR THE LAST DIAGONAL-ELEMENT
C
REAL*4 FI(71,46),FIHI(46),FIHELP(3404),FIHIDE(3404),DEFDX(42)
REAL*4 PROFIL(9),VIJ(2,46)
REAL*4 ADDFDX(42),XOUT(44),QK(71,46)
REAL*8 RIGHTS(46),COEFMA(150)
INTEGER IHYPCOU(46)
EQUIVALENCE (FI(1),FIHELP(1))
COMMON/ABCD/INUM,JNUM,IPUA,IPOA,IRUNNO,IOLAY,ITERAT
COMMON/BCDE/FI
COMMON/DEFG/SPECHT,QK
COMMON/HIJK/QLAMBD,DELTA,QMUEND,PROFIL
COMMON/JKLM/DEFDX,ADDFDX,XOUT,XTRANS,ITDFDX
JUP=J2-J1
JUP1=JUP+1
INJN=INUM*JNUM
DO 250 I=I1,I2
  IHYPER=C
  IUNLIN=0
  RE=(SPECHT+1.)/(DELTAX(I)+DELTAX(I-1))
  IF(I.GT.2)GO TO 45
  DO 40 IEQ2=J1,J2
40 VIJ(1,IEQ2)=QK(I,IEQ2)-RE*(FI(I+1,IEQ2)-FI(I-1,IEQ2))
  GO TO 200
45 RH=(SPECHT+1.)/(DELTAX(I-1)+DELTAX(I-2))

```

```

C      *** TESTING ON TYPES OF EQUATIONS ***
      DO 100 JNIX=J1,J2
      VIJ(1,JNIX)=QK(1,JNIX)-RE*(FI(1+1,JNIX)-FI(1-1,JNIX))
      VIJ(2,JNIX)=QK(1-1,JNIX)-RH*(FI(1,JNIX)-FI(1-2,JNIX))
      IF(VIJ(2,JNIX)+1.0E-70)60,50,50
50  IF(VIJ(1,JNIX)-1.0E-70)52,52,55
C      *** PARABOLIC ***
52  VIJ(1,JNIX)= 0.0E 00
      HYPCOU(JNIX)=1
      GO TO 100
C      *** ELLIPTIC ***
55  HYPCOU(JNIX)=1
      GO TO 100
60  IF(VIJ(1,JNIX))62,62,65
C      *** HYPERBOLIC ***
62  HYPCOU(JNIX)=2
      IUNLIN=1
      GO TO 100
C      *** SHOCK POINT ***
65  HYPCOU(JNIX)=3
      IUNLIN = 1
100  CONTINUE
      IF(IUNLIN)110,200,110
C      ***** NON-LINEAR EQUATIONS *****
C      *** DIAGONAL ELEMENTS AND RHS ***
110  ISOLV=0
      DO 140 J=1,JUP1
      JST=J+J1-1
      JIN=HYPCOU(JST)
      GO TO (115,125,130),JIN
C      *** ELLIPTIC OR PARABOLIC ***
115  CALL ELLIP1(1,JST,VIJ(1,JST),DIGELM,RHSELL,RHSFLU)
      RHSELU=RHSELL+RHSELU
      GO TO 135
C      *** HYPERBOLIC ***
125  CALL HYP1(1,JST,DIGELM,RHSELU)
      GO TO 135
C      *** SHOCK POINT ***
130  CALL ELLIP1(1,JST,VIJ(1,JST),DIGELP,RHSELL,RHSELU)
      CALL HYP1(1,JST,DIGHYP,RHSHYP)
      S=DELTAY(JST)/DELTAY(JST-1)
      DIGELM=DIGELP+DIGHYP+1.+S
      RHSELU=RHSELL+RHSELU+RHSHYP+S*FI(1,JST-1)-(1.+S)*FI(1,JST)+FI(1,
      *JST+1)
      CALL ROTA(1,JST,EE,RHS)
      RHSELU= RHSELU - RHS
135  COEFMA((J-1)*3+1)=DIGELM
      RIGHTS(J)=RHSELU
140  CONTINUE
C      *** ADDITIONAL TERMS FOR FIRST AND LAST EQUATION ***
      COEFMA(1)=COEFMA(1)+FDE
      RIGHTS(1)=RIGHTS(1)+FRS(1)+DELTAY(J1)/DELTAY(J1-1)*FI(1,J1-1)
      *-FDE*FI(1,J1)
      COEFMA(3*JUP+1)=COEFMA(3*JUP+1)+QLDE
      RIGHTS(JUP1)=RIGHTS(JUP1)+QLRS(1)*FI(1,J2+1)-QLDE*FI(1,J2)
C      *** UPPER AND LOWER DIAGONALS ***
      DO 145 J=1,JUP
      COEFMA((J-1)*3+2)=1.00
145  COEFMA((J-1)*3+3)=DELTAY(J+J1)/DELTAY(J+J1-1)
C      ***** SOLVING OF NON-LINEAR EQUATIONS *****

```

```

      IF(IHYPER)150,150,160
150 DO 155 IHID=1,INJN
155 FIHIDE(IHID)=FIHELP(IHID)
160 M=JUP1
      M=1
      MUD=1
      EPS=1.0E-06
      CALL DGELB(RIGHTS,COEFMA,M,N,MUD,MUD,EPS,IER)
      IF(IER.EQ.-1)WRITE(6,300)
      DO 165 JNK=J1,J2
      ZH1=FI(1,JNK)
      ZH2=RIGHTS(JNK-J1+1)
      RIGHTS(JNK-J1+1)=ZH1+ZH2
      ZH1=ABS(ZH1)
      ZH2=ABS(ZH2)
      IF(ZH2.GT.0.00100*ZH1)ISOLV=1
165 CONTINUE
      IF(ISOLV)170,170,180
170 DO 175 IHID=1,INJN
175 FIHELP(IHID)=FIHIDE(IHID)
      QOMEGA=0.95
      GO TO 238
180 DO 185 JNK=J1,J2
185 FI(1,JNK)=RIGHTS(JNK-J1+1)
      IHYPER=IHYPER+1
      IF(IHYPER-75)110,170,190
190 WRITE(6,320)I,J1,ITDFDX
      RETURN 1
C ***** LINEAR EQUATIONS *****
200 DO 210 J=1,JUP1
      JST=J+J1-1
210 CALL ELLIP1(1,JST,VIJ(1,JST),COEFMA((J-1)*3+1),RIGHTS(J),X)
C *** ADDITIONAL TERMS FOR FIRST AND LAST EQUATION ***
      COEFMA(1)=COEFMA(1)+FDE
      RIGHTS(1)=RIGHTS(1)+FRS(1)
      COEFMA(3*JUP+1)=COEFMA(3*JUP+1)+QLDE
      RIGHTS(JUP1)=RIGHTS(JUP1)+QLRS(1)
C *** UPPER AND LOWER DIAGONALS ***
      DO 215 J=1,JUP
      COEFMA((J-1)*3+2)=1.
      COEFMA((J-1)*3+3)=DELTAY(J+J1)/DELTAY(J+J1-1)
215 CONTINUE
C *** SOLVING OF LINEAR EQUATIONS ***
      M=JUP1
      M=1
      MUD=1
      EPS=1.0E-06
      CALL DGELB(RIGHTS,COEFMA,M,N,MUD,MUD,EPS,IER)
C ***** RELAXATION *****
      QOMEGA=1.00
      IF(ITDFDX.GE.016)QOMEGA= 1.35
      IF(ITDFDX.GE.040)QOMEGA= 1.55
      IF(ITDFDX.GE.070)QOMEGA= 1.75
      IF(ITDFDX.GE.105)QOMEGA= 1.92
238 DO 240 JRX=J1,J2
240 FI(1,JRX)=QOMEGA*RIGHTS(JRX-J1+1)+(1.-QOMEGA)*FI(1,JRX)
250 CONTINUE
      RETURN
300 FORMAT(1H0,8(1H*),3X,'WARNING: SUBROUTINE DGELB, CARD NO.
      *00040XXX, IER= -1',3X,8(1H*))

```

```

320 FORMAT(1H0,8(1H*),2X,'ERROR: PROG. LINERX: THE ITERATIVE SOLUTION
*OF NON-LINEAR EQ.S. FAILS TO CONVERGE.  I=' ,13,3X,'J1=' ,13,3X,'IT
*ER=' ,14,2X,8(1H*))
END
SUBROUTINE ROTA(I,J,EE,RHS)

```

```

C*****

```

```

C   ROTA GIVES FUNCTIONS FOR ROTATIONAL FLOW
C   EE   : ADDITIONAL FUNCTION FOR THE FREE-STREAM
C   RHS  : ADDITIONAL TERM FOR THE RIGHT-HAND-SIDE OF THE DIFF.-EQ.
C

```

```

REAL*4 XCOORD(71),YCOORD(46),PROFIL(9),FI(71,46)
COMMON/ABCD/INUM,JNUM,IPIA,IPOA,IRUNNO,IOLAY,ITERAT
COMMON/BCDE/FI
COMMON/CDEF/XCOORD,YCOORD
COMMON/HIJK/QLAMBD,DELTA,QMUEND,PROFIL
COMMON/PQRS/AMP, QKWAVE
DE(Y) = -AMP*SIN(QKTR*Y)*QKTR
DDE(Y) = -AMP*COS(QKTR*Y)*QKTR**2
IF(AMP**2 .LT. 0.1E-10)GO TO 10
XHELP1 = DELTA**0.3333333
XHELP2 = QMUEND**0.625
QKTR = QKWAVE/XHELP1/XHELP2
EE = AMP*COS(QKTR*YCOORD(J))
JJ = J
IF(JJ .LT. 2) JJ= 2
IF(JJ .GT. JNUM-1)JJ= JNUM-1
Y1 = YCOORD(JJ+1)
S = DELTAY(JJ)
Y2 = YCOORD(JJ)
SDS= S/DELTAY(JJ-1)
Y3 = YCOORD(JJ-1)
RHS1 = FI(I,JJ+1)*(DE(Y1 )- S*DDE(Y1 )/2.)
RHS2 = FI(I,JJ) *(DE(Y2)*(1.-SDS)+ S*DDE(Y2))
RHS3 = FI(I,JJ-1)*(DE(Y3 )*SDS+S*DDE(Y3 )/2.)
RHS = (RHS1-RHS2-RHS3)*DELTAY(JJ-1)*(1.+SDS)*QMUEND**2/4.
RETURN
10 EE = 0.0
RHS = 0.0
RETURN
END
SUBROUTINE WRITEI(ITER)

```

```

C*****

```

```

C   WRITEI WRITES A MAP OF THE POTENTIAL
C   ITER : NUMBER OF ITERATIONS.
C

```

```

REAL FI(71,46), XCOORD(71), YCOORD(46)
COMMON/ABCD/INUM,JNUM,IPIA,IPOA,IRUNNO,IOLAY,ITERAT
COMMON/BCDE/FI
COMMON/CDEF/XCOORD,YCOORD
CALL SIGMAT
WRITE(6,100)ITER
WRITE(6,110)
WRITE(6,115)
IDEL = INUM/10
ILO = (INUM-IDEL*10)/2+1
IF((ILO+IDEL*10) .LE. INUM)GO TO 5
IDEL= IDEL-1
ILO = IDEL-1
5 CONTINUE
WRITE(6,120)(XCOORD(I),I=ILO,INUM,IDEL)

```

```

WRITE(6,115)
WRITE(6,110)
WRITE(6,115)
ILOW=MOD(JNUM/2+1,3)
IF(ILOW.EQ.0)ILOW=3
DO 10 J=ILOW,JNUM,3
JCOU=J
WRITE(6,125)YCOORD(J),(FI(I,J),I=ILO,INUM,IDEL)
WRITE(6,115)
10 CONTINUE
IF(JCOU.EQ.JNUM)GO TO 20
WRITE(6,125)YCOORD(JNUM),(FI(I,JNUM),I=ILO,INUM,IDEL)
WRITE(6,115)
20 WRITE(6,110)
100 FORMAT(1H ,11X,'VALUES OF FI AT ITERATION NUMBER',I4/1H0)
110 FORMAT(1H ,132(1H-))
115 FORMAT(1H ,11',9X,11',11(10X,11'))
120 FORMAT(1H ,11',9X,11' X=',10(F6.3,11' X='),F6.3,11' )
125 FORMAT(1H ,11' Y=',F5.2,11' ,11(F9.5,11' ))
RETURN
END
SUBROUTINE OUT1
C
C OUT1 COMPUTES OUTPUTPARAMETERS.
C PRESSURE-COEFFICIENT AND MACHNUMBER
C
REAL FI(71,46),PROFIL(9),DEHIDE(42),THHIDE(42),THAETA(42)
REAL DFIXLO(44),DFIXUP(44),CPLOW(44),CPUP(44),QMACHL(44)
REAL XOUT(44),QMACHU(44),DFDX(42),ADDFDX(42),DELTST(42),DRAGLO(42)
REAL*4 VIJ(2,74),PI(71,2),QK(71,46)
COMMON/ABCD/INUM,JNUM,IPUA,IPOA,IRUNNO,IOLAY,ITERAT
COMMON/BCDE/FI
COMMON/DEFG/SPECHT,QK
COMMON/HIJK/QLAMBD,DELTA,QMUEND,PROFIL
COMMON/JKLM/DFDX,ADDFDX,XOUT,XTRANS,ITDFDX
COMMON/NOPQ/DEHIDE,THHIDE,THAETA,DELTST,DRAGLO
COMMON/QRST/CL,ALFA
J1=JNUM/2
J2=J1+1
C ***** COMPUTING OF D(FI)/D(X) *****
IPP2=IPOA+2
ILW=IPUA+1
IUP=IPUA+IPP2
I1=IPUA-3
I2=IPUA+IPOA+3
DO 5 JJ=J1,J2
J=JJ-J1+1
DO 5 I=I1,I2
VIJ(J,I) = QK(I,JJ)-(FI(I+1,JJ)-FI(I-1,JJ))*(SPECHT+1.)
* / (DELTAX(I)+DELTAX(I-1))
PI(I,J)=1.5000*FI(I,J2)-0.5000*FI(I,J2+1)-0.0000*FI(I,J2+2)
5 CONTINUE
DO 10 I=ILW,IUP
R1=DELTAX(I)
R2=R1/DELTAX(I-1)
R3=R2*R2
R4=R1*(1.+R2)
T1 = DELTAX(I-1)/DELTAX(I-2)
T2 = (T1+1.)/DELTAX(I-1)
T3 = (T1/(T1+1.))**2

```

```

      II= I-ILW+1
      IF(VIJ(1,I+1).GT. 0..AND. VIJ(1,I) .LT. 0.)GO TO 6
      IF(VIJ(1,I+2).GT. 0..AND.VIJ(1,I+1).LT. 0..AND.VIJ(1,I).LT.0.)
      *      GO TO 6
C      *** CENTERED DIFFERENCE FORMULA ***
      DFIXLO(II)= (PI(I+1, 1)-(1.-R3)*PI(I, 1)-R3*PI(I-1, 1))/R4
      GO TO 7
C      *** UPWIND DIFFERENCE FORMULA ***
      6 DFIXLO(II)= T2*(PI(I, 1)*(1.-T3)-PI(I-1, 1)+PI(I-2, 1)*T3)
      7 IF(VIJ(2,I+1).GT. 0..AND. VIJ(2,I) .LT. 0.)GO TO 8
      IF(VIJ(2,I+2).GT. 0..AND.VIJ(2,I+1).LT. 0..AND.VIJ(2,I).LT.0.)
      *      GO TO 8
C      *** CENTERED DIFFERENCE FORMULA ***
      DFIXUP(II)= (PI(I+1, 2)-(1.-R3)*PI(I, 2)-R3*PI(I-1, 2))/R4
      GO TO 10
C      *** UPWIND DIFFERENCE FORMULA ***
      8 DFIXUP(II)= T2*(PI(I, 2)*(1.-T3)-PI(I-1, 2)+PI(I-2, 2)*T3)
      10 CONTINUE
C      ***** COMPUTING OF PRESSURE-COEFFICIENT AND MACHNUMBER *****
      XHELP1= -2.*DELTA** 0.6666667/QMUEND** 0.75
      XHELP2= SPECHT*QMUEND**2/2.
      XHELP3= 2./((SPECHT-1.)*QMUEND**2
      EXPON= (1.-SPECHT)/SPECHT
      DO 20 I=1,IPP2
      CPLOW(I)=XHELP1*DFIXLO(I)
      CPUP(I)= XHELP1*DFIXUP(I)
      XL= XHELP3*(1.+CPLOW(I)*XHELP2)**EXPON-2./(SPECHT-1.)
      IF(XL.LE.0.)XL=0.0
      XU= XHELP3*(1.+CPUP(I)*XHELP2)**EXPON-2./(SPECHT-1.)
      IF(XU.LE.0.)XU=0.0
      QMACHL(I)=SQRT(XL)
      QMACHU(I)=SQRT(XU)
      20 CONTINUE
      WRITE(10)XOUT
      WRITE(10)CPUP
      WRITE(10)CPLOW
      WRITE(10)ALFA
      CALL SIGNAT
      WRITE(6,100)PROFIL
      WRITE(6,110)QMUEND,ALFA,DELTA
      WRITE(6,120)
      WRITE(6,130)
      WRITE(6,140)(XOUT(I),QMACHU(I),CPUP(I),QMACHL(I),CPLOW(I),I=1,IPP2
      *)
      100 FORMAT(1H ,07X,'PROFILE TYPE: ',9A4/1H ,07X,51(1H=)///)
      110 FORMAT(1H ,7X,'FREE STREAM MACH NO.: ',F8.4,09X,'ALFA=',F7.4,' DEG'
      *,10X,'T/C=',F7.4/)
      120 FORMAT(1H0,7X,'UPPER SURFACE:',49X,'LOWER SURFACE: '/1H ,7X,14(1H-)
      *,49X,14(1H-))//)
      130 FORMAT(1H ,9X,'X/C',6X,'MACHNUMBER',6X,'PRESSURE-COEFFICIENT',16
      *X,'MACHNUMBER',6X,'PRESSURE-COEFFICIENT')
      140 FORMAT(1H0,7X,F6.3,6X,F6.3,13X,F7.4,26X,F6.3,13X,F7.4)
      RETURN
      END
      SUBROUTINE OUT2
C****
C      CALCULATING AND WRITING OF DRAG
C
      REAL*4 PROFIL(9),DFDX(42),ADDFDX(42),XOUT(44),QMACH(44),VELO(44)
      *,DVELDX(44), QNY(44),DEHIDE(42),THHIDE(42),THAETA(42),DELTST(42),

```

```

* DRAGLO(42),F1(71,46),DWAKE(17),FCALC(42),QK(71,46)
COMMON/ABCD/INUM,JNUM,IPOA,IPOA,IRUNNO,IOLAY,ITERAT
COMMON/BCDE/FI
COMMON/DEFG/SPECHT,QK
COMMON/HIJK/QLAMBD,DELTA,QMUEND,PROFIL
COMMON/JKLM/DFDX,ADDFDX,XOUT,XTRANS,ITDFDX
COMMON/LMNO/REUEND,QMACH,VELO,DVELDX,QNY
COMMON/NOPQ/DEHIDE,THHIDE,THAETA,DELTST,DRAGLO
COMMON/OPQR/DWAKE,FCALC,QOM
COMMON/QRST/CL,ALFA
DATA DRSKFO/0.000/

```

```

C   PRES(QM)= (XH2/(1.+XH1*QM*QM))*EXP1
C   ARGU(DFA,QM)= (PRES(QM)-1.)*DELTA*DFA

C   CALL PMVNDV(ITRANS)
C   XH1= (SPECHT-1.)/2.
C   XH2= 1.+XH1*QMUEND**2
C   EXP1= SPECHT/(SPECHT-1.)
C   ***** WAVEDRAG *****
C   G=(DELTAX(IPOA)+DELTAX(IPOA+1))/4.*ARGU(DFDX(1)+ADDFDX(1),
C                                     QMACH(1))
C   * G=G+(XOUT(IPOA)-XOUT(IPOA-1))/2.*ARGU(DFDX(IPOA)+ADDFDX(IPOA),
C                                     QMACH(IPOA))
C   *
C   IU=IPOA-1
C   DO 10 I=2,IU
C   G=G+ (XOUT(I+1)-XOUT(I-1))*ARGU(DFDX(I)+ADDFDX(I),QMACH(I))/2.
10  CONTINUE
C   DRWAVE= G*4./SPECHT/QMUEND**2
C   ***** SKINFRICITION + FORMDRAG *****
C   IF(THHIDE(36).LE.0.0)GO TO 30
C   CALL BLUEND(D2UEND,D1UEND)
C   DRSKFO= 2.*D2UEND
30  CALL SIGNAT
C   RE=REUEND*1.0E-06
C   WRITE(6,100)PROFIL
C   WRITE(6,120)QMUEND,RE
C   WRITE(6,140)DRSKFO
C   WRITE(6,160)DRWAVE
C   CD= DRSKFO+DRWAVE
C   IF(DRWAVE.LE. 0.0)CD=DRSKFO
C   WRITE(10) RE
C   WRITE(10) CD
C   WRITE(10) CL
C   WRITE(10)QMACH
C   WRITE(10)DELTST
C   WRITE(10)THAETA
C   WRITE(10)DRAGLO
100  FORMAT(1H0,07X,'PROFILE TYPE: ',9A4/1H,07X,51(1H=)///)
120  FORMAT(1H,07X,'FREE STREAM MACH NO.: ',F8.4,15X,
C   *'FREE STREAM REYNOLD NO.: ',F06.2,'*10**6'/////')
140  FORMAT(1H,07X,'SKINFRICITION + FORMDRAG:',F8.4//)
160  FORMAT(1H,07X,'WAVEDRAG: ',F8.4/1H1)
C   RETURN
C   END
C   SUBROUTINE OUT3
C   OUT3 WRITES THE HEAD FOR THE WRITTEN RESULTS
C   REAL*4 PROFIL(9), QMACH(44),VELO(44),DVELDX(44),QNY(44)

```

```

COMMON/HIJK/QLAMBDA, DELTA, QMUEND, PROFIL
COMMON/LMNO/REUEND, QMACH, VELO, DVELDX, QNY
COMMON/PQRS/AMP, QWAVE
COMMON/QRST/CL, ALFA
RE= REUEND*1.0E-06
CALL SIGNAT
IF(RE.LT.98.0)GO TO 10
WRITE(6,120)
GO TO 20
10 WRITE(6,100)
20 WRITE(6,150)PROFIL
WRITE(6,200)DELTA,ALFA
WRITE(6,250)QMUEND,RE
IF(ABS(AMP).LT. 0.000006)GO TO 500
WRITE(6,300)AMP, QWAVE
100 FORMAT(1H0,////////1H ,23X,11(2H* ),4X,'TRANSONIC-VISCOUS FLOW COMPU
*TATION',4X,11(2H* )////)
120 FORMAT(1H0,////////1H ,23X,11(2H* ),4X,'TRANSONIC-INVISCID FLOW COMP
*UTATION',4X,11(2H* )////)
150 FORMAT(1H0,35X,'COMPUTATION OF FLOW AROUND:',11X,9A4//)
200 FORMAT(1H0,35X,'MAXIMUM OF THICKNESS TO CHORD-RATIO:',F7.3/1H0,
*35X,'ANGLE OF INCIDENCE:',17X,F7.3,' DEGREES.'//)
250 FORMAT(1H0,35X,'FREE STREAM MACHNUMBER:',13X,F7.3,/1H0,
*35X,'FREE STREAM REYNOLD-NUMBER:',9X,F7.3,'*10**6')
300 FORMAT(1H0,//1H ,35X,'DATA FOR ROTATIONAL FLOW:',/1H0,35X,
* 'AMPLITUDE:',F11.4,/1H0,35X,'WAVENUMBER:',F10.4)
500 RETURN
END
SUBROUTINE SIGNAT
C****
C WRITES DATE AND NAME ON PAGE-TOP
C
COMMON/ABCD/INUM,JNUM,IPUA,IPOA,IRUNNO,IOLAY,ITERAT
CALL DATE(ID,IM,IY)
IF(ID.LT.10)GO TO 5
WRITE(6,15)IRUNNO,IY,IM,ID
RETURN
5 WRITE(6,10)IRUNNO,IY,IM,ID
10 FORMAT(1H1,'RESULTS FROM COTF',39X,'RUN:',16,46X,12,'-',12,'/',
*11,3X,'OLE FANGØ'////)
15 FORMAT(1H1,'RESULTS FROM COTF',39X,'RUN:',16,46X,12,'-',12,'/',
*12,3X,'OLE FANGØ'////)
RETURN
END
SUBROUTINE BLNMAC
C****
C BLNMAC- CALCULATES BOUNDARY LAYER PARAMETERS
C
C XOUT - X- COORDINATES 0 .LT. X .LT. 1
C QMACH - LOCAL MACHNUMBER
C REUEND- FREE STREAM REYNOLD' NUMBER
C QMUEND- FREE STREAM MACH' NUMBER
C DELTA - MAX. THICKNESS/CHORD
C ADDFDX- ADDITIONAL TERM FOR THE DERIVED OF PROFILE CONTOUR IN
C -1 .LT. X .LT. 1 PROFILE-COORDINATES
C IPOA - DIMENSION OF VECTORS

```



```

REAL*4 FI(71,46),DFDX(42),DRAGLO(42),XOUT(44),QHHIDE(42)
REAL*4 DFIXUP(42),QMACH(44),PRES(42),VELO(44),QNY(44),DVELDX(44)
REAL*4 THAETA(42),DELTST(42),ADDFDX(42),FCALC(42),DWAKE(17)
REAL*4 PROFIL(9),CPUP(44),QH1(42),BLTHIK(42),QK(71,46)
REAL*4 RHSD2(42),RHSQH1(42),DEHIDE(42),THHIDE(42),QH12HI(42)
DATA G/6.8/,QH1/42*0.0/
COMMON/ABCD/INUM,JNUM,IPUA,IPOA,IRUNNO,IOLAY,ITERAT
COMMON/BCDE/FI
COMMON/DEFG/SPECHT,QK
COMMON/HIJK/OLAMBD,DELTA,QMUEND,PROFIL
COMMON/JKLM/DFDX,ADDFDX,XOUT,XTRANS,ITDFDX
COMMON/LMNO/REUEND,QMACH,VELO,DVELDX,QNY
COMMON/NOPQ/DEHIDE,THHIDE,THAETA,DELTST,DRAGLO
COMMON/OPOR/DWAKE,FCALC,QHHIDE,QOM
CALL PMVNDV(ITRANS)
IUPPER=IPOA-1
WRITE(6,300)ITDFDX,ITRANS
IF(ITRANS.LE. 4)ITRANS=4

```

```

C
C ***** LAMINAR BOUNDARY CALAULATION *****
C   *** STAGNATION POINT ***
EXPON= (5.-3.*SPECHT)/2./((1.-SPECHT)
XH1=(SPECHT-1.)/2.
XH2 = 1.+XH1*QMUEND**2
QNYSTG= 1.3424/(XH2+0.3424)*XH2**EXPON
XH3= QNYSTG/REUEND
D2STG = SQRT(0.0750*QNYSTG*XOUT(1)/VELO(1)/REUEND)
D1STG= 2.3073*D2STG
THAETA(1)= XOUT(1)*CLBL(1)/2.
I1=ITRANS+2
DO 42 I=2,I1
XH5=DELTA*(DFDX(I)+DFDX(I-1))/2.
DX=SQRT(1.+XH5*XH5)*(XOUT(I)-XOUT(I-1))
THAETA(I)=DX*(CLBL(I)+CLBL(I-1))/2.+THAETA(I-1)
42 CONTINUE
DO 45 I=1,I1
XH4=1.+XH1*QMACH(I)**2
THT2= THAETA(I)*0.45*XH3*XH4**3/VELO(I)**6
THAETA(I)= SQRT(THT2)
QKAP= THT2*DVELDX(I)/XH3/SQRT(XH4)
IF(QKAP.GT.0.0770)QKAP=0.0770
IF(QKAP.LT.-0.155)QKAP=-0.155
DELTST(I)=THAETA(I)*(-1.+XH4*(3.554-3.2039*QKAP))
C   *** NOTE: THE LAMINAR B.L.-THICKNESS IS A PSEUDO ONE ***
BLTHIK(I)= DELTST(I)+THAETA(I)
DRAG=0.45+QKAP*(3.108-6.4078*QKAP)
DRAGLO(I)= DRAG*XH3/VELO(I)/THAETA(I)/XH2**2
45 CONTINUE
C
C ***** TURBULENT BOUNDARY LAYER CALCULATION *****
C   *** BL- VALUES IN POINT I1 ***
I1=ITRANS-2
CALL D1D2(I1,THAETA(I1),QH12 ,G,CF2,&100)
QHBAR= (QH12+1.)/(1.+0.177*QMACH(I1)**2)-1.
YH1= ((QHBAR-1.)/1.12)** 1.092896
QH1(I1)=2.+(1.5+YH1*YH1/2.)/YH1
CALL BLRHS(I1,THAETA(I1),QH1(I1),QH12,CF,RHSD2(I1),RHSQH1(I1))
BLTHIK(I1)=THAETA(I1)*(QH1(I1)+QH12)

```

```

C      *** PREDICTION OF BL- VALUES IN POINT (I1+1) ***
      S0=XOUT(I1+1)-XOUT(I1)
      S1=XOUT(I1+2)-XOUT(I1+1)
      S2=S1/S0
      S3=S0/(S0+S1)
      S5= S0/(XOUT(I1) -XOUT(I1-1))
      S6= S0/(XOUT(I1+1)-XOUT(I1-1))
      THAETA(I1+1)= THAETA(I1)*(1.-S5*S5)+THAETA(I1-1)*S5*S5
      *      +S0*(1.+S5)*RHSD2(I1)
      IF(THAETA(I1+1).LT. 0.0)THAETA(I1+1)=THAETA(I1)
      QH1(I1+1)= QH1(I1)+S0*RHSQH1(I1)
      IF(QH1(I1+1).LT.3.08)QH1(I1+1)= 3.08
      CALL BLRHS(I1+1,THAETA(I1+1),QH1(I1+1),Q,C,RHSD2(I1+1),RHSQH1(I1+
      *1))
C      *** MODIFICATION OF POINT (I1+1) ***
      THAETA(I1+1)=THAETA(I1+1)*S6+THAETA(I1)*(1.-S6-S5*S6)
      *      +THAETA(I1-1)*S5*S6+S0*RHSD2(I1)
      IF(THAETA(I1+1).LT. 0.0)THAETA(I1+1)=THAETA(I1)
      QH1(I1+1)= QH1(I1)+S0*(RHSQH1(I1+1)+RHSQH1(I1))/2.
      IF(QH1(I1+1).LT.3.08)QH1(I1+1)= 3.08
      CALL BLRHS(I1+1,THAETA(I1+1),QH1(I1+1),Q,C,RHSD2(I1+1),RHSQH1(I1+
      *1))
C      ***** PREDICTION OF POINT (I1+2) *****
      S77= XOUT(I1+2)-XOUT(I1)
      S7= S77/S0
      S8= S77/(XOUT(I1+1)-XOUT(I1-1))
      S11= XOUT(I1+2)-(XOUT(I1+1)+XOUT(I1))/2.
      S10= S11/S0
      T1 = S7*S7/2.
      T2 = T1*S5
      T3 = S7*S7*(1.-1./S8/2.)
      T4 = S10 -1./4./S10
      T5 = 3.+1./S2
      T6 = (2.+3.*S2)*S3
      THAETA(I1+2) = T1*THAETA(I1+1)+(1.-T1-T2)*THAETA(I1)
      *      +T2*THAETA(I1-1)+S77*(T3*RHSD2(I1+1)+(1.-T3)*RHSD2(I1))
      QH1(I1+2) = (QH1(I1+1)+QH1(I1))/2.+S11*(1.+T4)*RHSQH1(I1+1)
      *      +(1.-T4)*RHSQH1(I1))/2.
      CALL BLRHS(I1+2,THAETA(I1+2),QH1(I1+2),Q,C,RHSD2(I1+2),RHSQH1(I
      *1+2))
C      *** CORRECTION OF POINT (I1+1) ***
      I11DUM= 0
110 I11DUM=I11DUM+1
      RD2 = RHSD2(I1+1)
      RD22=RHSD2(I1+2)
      RQH1=RHSQH1(I1+1)
      RQH12=RHSQH1(I1+2)
      THT= THAETA(I1)+S0*(-S6/S2*RD22+T5*RD2+T6*RHSD2(I1))/6.
      THAETA(I1+1)=(THT+THAETA(I1+1))/2.
      QH12A=DELTST(I1+1)/THAETA(I1+1)
      IF(QH12A.GT.3.8)THAETA(I1+1)=THAETA(I1+1)*QH12A/3.8
      Q1 = QH1(I1) +S0*(-S6/S2*RQH12+T5*RQH1+T6*RHSQH1(I1))/6.
      QH1(I1+1)= (Q1+QH1(I1+1))/2.
      IF(QH1(I1+1).LT. 3.08)QH1(I1+1)= 3.08
      CALL BLRHS(I1+1,THAETA(I1+1),QH1(I1+1),QH12,CF,RHSD2(I1+1),RHSQH1(
      *1+1))
      BLTHIK(I1+1)= THAETA(I1+1)*(QH1(I1+1)+QH12)
C      ***** MODIFICATION OF POINT (I1+2) *****
      J =I1+1
      JP=1

```

```

CALL PRECOR(RHSD2,RHSQH1,QH1,J,JP)
IOU=I1+2
CALL BLRHS(IOU,THAETA(IOU),QH1(IOU),0,C,RHSD2(IOU),RHSQH1(IOU))
C *** CORRECTION OF POINT (I1+2) ***
CALL PRECOR(RHSD2,RHSQH1,QH1,J,JP)
DO 125 IDUM=1,3
CALL BLRHS(IOU,THAETA(IOU),QH1(IOU),0,C,RHSD2(IOU),RHSQH1(IOU))
CALL PRECOR(RHSD2,RHSQH1,QH1,J,JP)
125 CONTINUE
IF (I1IDUM-3)110,110,115
C ***** B.L.- VALUES IN GENERAL POINT *****
115 I2=I1+2
DO 50 I=I2,IUPPER
CALL BLRHS(I,THAETA(I),QH1(I),QH12,CF,RHSD2(I),RHSQH1(I))
BLTHIK(I)=THAETA(I)*(QH1(I)+QH12)
IF(I-ITRANS)5,5,10
C *** PREVENTING OF 'OVERSHOOT' ***
5 THTEST=3.*THAETA(ITRANS-1)-2.*THAETA(ITRANS-2)
IF(THAETA(ITRANS).GT.THTEST)THAETA(ITRANS)=THTEST
IF(QH12.LT.1.30)QH12=1.3
DELTST(I)=THAETA(I)*QH12
DRAGLO(I)=CF
GO TO 20
10 DELTST(I)=THAETA(I)*QH12
C *** PREDICTION ***
20 J = I-1
JP=2
CALL PRECOR(RHSD2,RHSQH1,QH1,J,JP)
JJP = J+JP
IF(THAETA(JJP).LT.D2STG)THAETA(JJP)=D2STG
CALL BLRHS(JJP,THAETA(JJP),QH1(JJP),0,CF,RHSD2(JJP),RHSQH1(JJP))
C *** CORRECTION ***
DO 30 IDUM=1,15
THTPRE = THAETA(I+1)
QH1PRE= QH1(I+1)
CALL CORREC(RHSD2,RHSQH1,QH1,I)
THTCOR = THAETA(I+1)
QH1COR= QH1(I+1)
ERR = ABS(THTPRE-THTCOR)
IF(ERR.LT.THAEATA(I+1)*1.E-05)GO TO 49
THAETA(I+1)= (THTPRE+3.*THTCOR)/4.
QH1(I+1)= (QH1PRE+3.*QH1COR)/4.
CALL BLRHS(I+1,THAETA(I+1),QH1(I+1),0,CF,RHSD2(I+1),RHSQH1(I+1))
30 CONTINUE
IOU= I+1
ERR= ERR/THAETA(IOU)
WRITE(6,350)XOUT(IOU), ERR
350 FORMAT(1H,40X,'X=', F8.3,5X,'ERROR=',E13.4)
49 DRAGLO(I+1)= CF
IF(QH1(I).LT.3.081.AND.QH1(I+1).GT.18.9)QH1(I+1)=QH1(I)
C *** PREVENTING OF START TROUBLES ***
IF(ITDFDX.GT.210)GO TO 50
IF(THAETA(I+1).LT.THAEATA(I))GO TO 450
IF(CF.GT.0.0) GO TO 50
450 IF(QMACH(I-1).GT.1.0) GO TO 50
THAETA(I+1)=(THAETA(I+1)+3.*(THAETA(I)-THAETA(I-2)))/4.
* +THAETA(I-1))/2.
QH1(I+1)=(QH1(I+1)+3.*(QH1(I)-QH1(I-2)))/4.+QH1(I-1))/2.
50 CONTINUE
C ***** B.L.- VALUES IN THE LAST POINT *****

```

```

CALL BLRHS(IPOA,THAETA(IPOA),QH1(IPOA),QH12,CF,R1,R2)
DELTST(IPOA)=THAETA(IPOA)*QH12
BLTHIK(IPOA)=THAETA(IPOA)*(QH1(IPOA)+QH12)
C   *** SMOOTHING ***
CALL SMOOTH(ITRANS,QH1)
C
C   ***** TEST FOR SEPARATION *****
C   ICFTST = 0
C   IF(ITDFDX.LT. 0.19)GO TO 60
C   DO 55 I=ITRANS,IPOA
C   IF(QMACH(I).GT. 0.98)GO TO 55
C   IF(DRAGLO(I).LT. 0.0)ICFTST= 1
C 55 CONTINUE
60 QOM= 0.1000000
   IF(ITDFDX.GE. 64)QOM=0.05
   IF(ITDFDX.GE.160)QOM=0.0060
C   IF(ICFTST.EQ. 01)QOM=0.0006
65 DO 68 I=1,IPOA
   DEHIDE(I)= QOM*DELTST(I)+(1.-QOM)*DEHIDE(I)
   DELTST(I)= DEHIDE(I)
   THHIDE(I)= QOM*THAETA(I)+(1.-QOM)*THHIDE(I)
   THAETA(I)= THHIDE(I)
   QHHIDE(I)= QOM*QH1(I) +(1.-QOM)*QHHIDE(I)
68 QH12HI(I)= DELTST(I)/THAETA(I)
C
C   ***** ADDITIONAL TERM FOR THE DERIVED OF PROFILE *****
70 ADDFDX(1)=(DEHIDE(1)-DISTG)/XOUT(1)/DELTA
   DO 75 I=2,IUPPER
   S1=XOUT(I+1)-XOUT(I)
   S2=S1/(XOUT(I)-XOUT(I-1))
   S3=S2*S2
   ADDFDX(I)=(DEHIDE(I+1)-DEHIDE(I)*(1.-S3)-DEHIDE(I-1)*S3)/S3/DELTA/
   *(1.+S2)
   IF(I.LT.ITRANS)GO TO 75
   ADDNEW=(-1.+QMACH(I)**2)*THHIDE(I)*QHHIDE(I)*DVELDX(I)/VELO(I)/
   *DELTA
   FCALC(I)= QH1(I)*RHSD2(I)+THAETA(I)*RHSDH1(I)-ADDNEW*DELTA
   IF(ITDFDX.LT.165)GO TO 75
   ADDFDX(I)=ADDFDX(I)+ADDNEW
75 CONTINUE
78 S1=XOUT(IPOA)-XOUT(IPOA-1)
   S2=S1/(XOUT(IPOA-1)-XOUT(IPOA-2))
   S3=(S2/(1.+S2))**2
   ADDFDX(IPOA)=(1.+S2)/S1*(DEHIDE(IPOA)*(1.-S3)-DEHIDE(IPOA-1)
   *+DEHIDE(IPOA-2)*S3)/DELTA
   ADDFDX(IPOA)= (ADDFDX(IPOA)+3.*(ADDFDX(IPOA-1)-ADDFDX(IPOA-3))/4.
   *+ADDFDX(IPOA-2))/2.
   ADDNEW=(-1.+QMACH(IPOA)**2)*THHIDE(IPOA)*QHHIDE(IPOA)*DVELDX(IPOA)
   */VELO(IPOA)/DELTA
   FCALC(IPOA)= QH1(IPOA)*RHSD2(IPOA)+THAETA(IPOA)*RHSDH1(IPOA)
   *-ADDNEW*DELTA
C   IF(ITDFDX.LT.165)GO TO 785
   ADDFDX(IPOA)=ADDFDX(IPOA)+ADDNEW
785 WRITE(6,200)(XOUT(I),ADDFDX(I),QH12HI(I), THHIDE(I),DEHIDE(I),
   *DRAGLO(I),BLTHIK(I),I=1,IPOA)
300 FORMAT(1H1,'ITERFI=',I5,15X,'ITRANS=',I5/)
200 FORMAT(1H,'X=',F7.3,5X,'ADDFDX=',E12.4,5X,'QH12=',F6.3,5X,
   *'D2=',E11.4,5X,'D1=',E11.4,5X,'SKINFR.=',E12.4,4X,'BLTK',E11.4)
C
C   ***** WAKE *****

```

```

      CALL WAKE(QH1(IPOA),QH12HI(IPOA))
C
C      ***** SEARCH FOR SEPARATION *****
      DO 80 I=1,IPOA
      INDEX=IPOA-I+1
      IF(QMACH(INDEX).GT.1.00)GO TO 82
80  CONTINUE
82  ISTA=INDEX+2
      DO 85 I=ISTA,IPOA
      ISEP=I
      SEP=-THAETA(I)*DVELDX(I)/VELO(I)
      IF(SEP.GT.0.0040)GO TO 87
85  CONTINUE
      RETURN
87  WRITE(6,90)XOUT(ISEP-1),XOUT(ISEP)
90  FORMAT(1H0,'INCIPIENT SEPARATION RISK BETWEEN X=',F6.3,
      * ' ' AND X=',F6.3)
100 RETURN
      END
      SUBROUTINE PMVNDV(ITRANS)
C****
C      PMVNDV CALCULATES PRESSURE, VELOCITY AND VISCOSITY
C      FUNCTIONS USED FOR 8.-L. CALCULATIONS
C
      REAL*4 DFIXUP(44), FI(71,46),CPUP(44),PROFIL(9),ADDFDX(42)
      REAL*4 QMACH(44),PRES(44),VELO(44),QNY(44),XOUT(44),DVELDX(44)
      REAL*4 DFDX(42),DEHIDE(42),THHIDE(42),THAETA(42),DELTST(42)
      REAL*4 DRAGLO(42),QK(71,46),VIJ(71),PI(71,2)
      COMMON/ABCD/INUM,JNUM,IPIA,IPOA,IRUNNO,IOLAY,ITERAT
      COMMON/BCDE/FI
      COMMON/DEFG/SPECHT,QK
      COMMON/HIJK/QLAMBD,DELTA,QMUEND,PROFIL
      COMMON/JKLM/DFDX,ADDFDX,XOUT,XTRANS,ITDFDX
      COMMON/LMNO/REUEND,QMACH,VELO,DVELDX,QNY
      COMMON/NOPQ/DEHIDE,THHIDE,THAETA,DELTST,DRAGLO
C      ***** D(FI)/D(X) *****
      IPP2=IPOA+2
      J2=JNUM/2+1
      ILW=IPIA+1
      IUP=IPIA+IPP2
      I1= IPIA-3
      I2= IPIA+IPOA+3
      DO 5 I=I1,I2
      VIJ(I) = QK(I,J2)-(FI(I+1,J2)-FI(I-1,J2))*(SPECHT+1.)
      * /((DELTAX(I)+DELTAX(I-1)))
      PI(I, 2)= 1.5000*FI(I,J2)-0.5000*FI(I,J2+1)-0.0000*FI(I,J2+2)
5  CONTINUE
      DO 12 I=ILW,IUP
      II= I-ILW+1
      IF(VIJ(I+1).GT.0. .AND.VIJ(I) .LT. 0.)GO TO 8
      IF(VIJ(I+2).GT.0. .AND.VIJ(I+1).LT.0..AND.VIJ(I).LT.0.)GO TO 8
C      *** CENTERED DIFFERENCE FORMULA ***
      T1=DELTAX(I)
      T2=T1/DELTAX(I-1)
      T3=T2*T2
      T4=T1*(1.+T2)
      DFIXUP(I-ILW+1)=(PI(I+1, 2)-(1.-T3)*PI(I, 2) -T3*PI(I-1, 2))/T4
      GO TO 12
C      *** UPWIND DIFFERENCE FORMULA ***
8  T1= DELTAX(I-1)/DELTAX(I-2)

```

```

T2= (T1+1.)/DELTA*(1-1)
T3= (T1/(T1+1.))*2
DFIXUP(I-1LW+1)=T2*(PI(I, 2)*(1.-T3)-PI(I-1, 2)+PI(I-2, 2)*T3)
12 CONTINUE
C ***** PRESSURE-COEFFICIENT AND MACHNUMBER *****
XH1= -2.*DELTA** 0.6666667/OMUEND** 0.75
XH2= SPECHT*QMUEND**2/2.
XH3= 2./(SPECHT-1.)*QMUEND**2
EXPON= (1.-SPECHT)/SPECHT
EXPON1= -1./EXPON
CPSTAG= (-1.+(1.+(SPECHT-1.)/2.*QMUEND**2)**EXPON1)/XH2
TESTV=0.
DO 20 I=1,IPP2
CPUP(I)=XH1*DFIXUP(I)
IF(CPUP(I).GE.CPSTAG)CPUP(I)=CPSTAG
IF(CPUP(I).LT.-1./XH2)CPUP(I)=-1./XH2+0.000001
XU=XH3*(1.+CPUP(I)*XH2)**EXPON-2./(SPECHT-1.)
QMACH(I)= SQRT(XU)
C ***** SEARCH FOR TRANSITION POINT *****
QMAX=AMAX1(QMACH(I),TESTV)
IF(ABS(QMACH(I)-QMAX).LT.0.000010)ITPANS=1
TESTV=QMAX
20 CONTINUE
C ***** PRESSURE, VELOCITY AND VISCOSITY *****
XH1=(SPECHT-1.)/2.
XH2= SPECHT/(SPECHT-1.)
XH3= XH1*QMUEND**2
XH4= 1./XH2
XH5= (3.*SPECHT-5.)/2./SPECHT
DO 30 I= 1,IPP2
PRES(I)=((1.+XH3)/(1.+XH1*QMACH(I)**2))*XH2
VELO(I)=1.+(1.-PRES(I))*XH4/XH3
QNY(I)= 1.3424*PRES(I)**XH5/(0.3424+PRES(I))*XH4)
30 CONTINUE
C ***** DERIVED OF VELOCITY *****
IUPPER=IPP2-1
S2=XOUT(2)/XOUT(1)
DVELDX(1)=(VELO(2)/S2-VELO(1)*(2.-S2))/(XOUT(2)-XOUT(1))
DO 40 I= 2,IUPPER
S1=XOUT(I+1)-XOUT(I)
S2= S1/(XOUT(I)-XOUT(I-1))
S3=S2*S2
DVELDX(I)=(VELO(I+1)-VELO(I)*(1.-S3)-VELO(I-1)*S3)/S1/(1.+S2)
IF(QMACH(I).LT. 0.001)DVELDX(I)= 0.0
40 CONTINUE
C DVELDX(IPOA)= (DVELDX(IPOA)+3.*(DVELDX(IPOA-1)-DVELDX(IPOA-3)))/4.
C * +DVELDX(IPOA-2))/2.
S1=XOUT(IPP2)-XOUT(IPP2-1)
S2=S1/(XOUT(IPP2-1)-XOUT(IPP2-2))
S3=(S2/(1.+S2))**2
DVELDX(IPP2)=(1.+S2)/S1*(VELO(IPP2)*(1.-S3)-VELO(IPP2-1)
*+VELO(IPP2-2)*S3)
C WRITE(6,100)(XOUT(I),VELO(I),DVELDX(I),PRES(I),QNY(I),I=1,IPP2)
C 100 FORMAT(1H , 'X=',F6.3,3X,'VELO=',E14.7,3X,'D-VELO=',E14.7,3X,
C * 'PRES=',E14.7,3X,'VISCOS=',E14.7)
DO 50 I=2,IUPPER
ITS=I
IF(XOUT(I).GE.XTRANS)GO TO 60
50 CONTINUE
RETURN

```

```

60 ITRANS=MINO(ITRANS,ITS)
   RETURN
   END
   FUNCTION CLBL(I)
C****
C   CLBL IS USED AT COMPRESSIBLE LAMINAR BOUNDARY- LAYER CALC.
C
   REAL*4 QMACH(44),VELO(44),DVELDX(44),QNY(44),OK(71,46)
   COMMON/DEFG/SPECHT,OK
   COMMON/LMNO/REUEND,QMACH,VELO,DVELDX,QNY
   XH2=(SPECHT-1.)/2.
   CLBL= VELO(I)**5/(1.+XH2*QMACH(I)**2)**1.5
   RETURN
   END
   SUBROUTINE SMOOTH(ITRANS,QH1)
C****
C   SMOOTH IS USED FOR SMOOTHING OF B.-L. FUNCTIONS.
C
   REAL*4 DEHIDE(42),THHIDE(42),THAETA(42),DELTST(42),DRAGLO(42)
   REAL*4 QH1(42),SAVET(42),SAVEQ(42)
   COMMON/ABCD/INUM,JNUM,IPOA,IPOA,IRUNNO,IOLAY,ITEPAT
   COMMON/NOPO/DEHIDE,THHIDE,THAETA,DELTST,DRAGLO
   IST= ITRANS+1
   ISP= IPOA -2
   ICOUNT = 0
   GO TO 15
5  DO 10 I=IST,ISP
   SAVET(I) = THAETA(I)-3.*(THAETA(I-2)-4.*THAETA(I-1)+6.*THAETA(I)
   * -4.*THAETA(I+1)+THAETA(I+2))/35.
C
   SAVEQ(I)= QH1(I) -3.*(QH1(I-2)-4.*QH1(I-1)+6.*QH1(I)
   * -4.*QH1(I+1)+QH1(I+2))/35.
10 CONTINUE
C   *** LAST BUT ONE POINT ***
15 J=IPOA-1
   SAVET(J) = THAETA(J)+(9.*THAETA(J+1)-22.*THAETA(J)
   * +12.*THAETA(J-1)+6.*THAETA(J-2)-5.*THAETA(J-3))/35.
   SAVEQ(J)=QH1(J)+(9.*QH1(J+1)-22.*QH1(J)+12.*QH1(J-1)
   * +6.*QH1(J-2)-5.*QH1(J-3))/35.
C   *** LAST POINT ***
   J=IPOA
   SAVET(J) = THAETA(J)-(4.*THAETA(J)-9.*THAETA(J-1)+3.*THAETA(J-2)
   * +5.*THAETA(J-3)-3.*THAETA(J-4))/35.
   SAVEQ(J)=QH1(J)-(4.*QH1(J)-9.*QH1(J-1)+3.*QH1(J-2)+5.*QH1(J-3)
   * -3.*QH1(J-4))/35.
   ICOUNT = ICOUNT + 1
   GO TO(5,18),ICOUNT
18 DO 20 I=IST,IPOA
   THAETA(I)=SAVET(I)
   QH1(I) =SAVEQ(I)
   IF(QH1(I).LT.3.08)QH1(I)=3.08
   CALL BLRHS(I,THAETA(I),QH1(I),QH12,DRAGLO(I),RD2,RQH1)
   DELTST(I)= QH12*THAETA(I)
20 CONTINUE
   RETURN
   END
   SUBROUTINE DID2(I,THAETA,QH,G,T,*)
C****
C   DID2 IS USED FOR STARTING OF TURBULENT B.-L. CALCULATIONS
C

```

```

REAL*4 QMACH(44), VELO(44), DVELDX(44), QNY(44)
COMMON/LMNO/REUEND, QMACH, VELO, DVELDX, QNY
XH1= QMACH(1)**2
XH2= XH1*QMACH(1)
FC =1.+ 0.066*XH1-0.008*XH2
FR= 1.-0.134*XH1+0.027*XH2
XH3=FR*REUEND*VELO(1)*THAETA/QNY(1)
XH4=FC*(2.4711*ALOG(XH3)+4.75)-16.87
XH5=THAETA/VELO(1)*DVELDX(1)
ICOUNT=0
10 T= 1./(XH4+1.5*G+ 1724./(200.+G*G))**2
16 QHBAR= 1./(1.-G*SQRT(T))
IF(QHBAR.LT. 1.0)QHBAR= 1.0
IF(QHBAR.GT. 3.0)QHBAR= 3.0
QH= (QHBAR+1.)*(1.+0.178*XH1)-1.
IF(T.LT.1.7E-04)GO TO 50
IF(T.GT..1)GO TO 50
IF(G.LT.2.1)G=2.1
IF(G.GT.50.)G=50.
XHEL=1.81-QH/T*XH5
IF(XHEL.LT.0.0777)GO TO 60
GNEW= 6.1*SQRT(XHEL)-1.7
IF(GNEW.LT.2.1)GNEW=2.1
IF(GNEW.GT.50.)GNEW=50.
ICOUNT=ICOUNT+1
IF(ICOUNT-200)20, 20, 30
20 IF(ABS(G-GNEW)-0.000100*ABS(GNEW))50, 25, 25
25 G=GNEW
GO TO 10
30 WRITE(6,40)
40 FORMAT(1H0,'THE ITERATIVE DETERMIN. OF H WILL NOT CONVERGE')
RETURN1
50 G=GNEW
RETURN
60 T=1./(XH4+1724./200.))**2
RETURN
END
SUBROUTINE BLRHS(I, THAETA, QH1, QH12, CF, RHSD2, RHSDH1)
C****
C BLRHS GIVES RIGHT-HAND-SIDES USED FOR B.-L. CALCULATIONS
C
REAL*4 DFDX(42), ADDFDX(42), XOUT(44), DWAKE(17), FCALC(42)
REAL*4 QMACH(44), VELO(44), DVELDX(44), QNY(44), QHIDE(42)
COMMON/JKLM/DFDX, ADDFDX, XOUT, XTRANS, ITDFDX
COMMON/LMNO/REUEND, QMACH, VELO, DVELDX, QNY
COMMON/OPQR/DWAKE, FCALC, QHIDE, QOM
XQH1=QH1
XH1=0.177*QMACH(1)**2
IF(QH1.LT.3.08)XQH1=3.08
QHBAR= 1.+1.31/(XQH1-2.9)**0.9581
QH12=(QHBAR+1.)*(1.+XH1)-1.
F= 0.0299/(XQH1-3.0)**0.6169
IF(ITDFDX.LT.215)GO TO 5
IF(FCALC(1).LT. 0.00)GO TO 5
F= 0.850000*F+0.150000*FCALC(1)
5 IF(XH1.GT.0.0)GO TO 20
CF=0.0
GO TO 30
20 ARG= REUEND*VELO(1)*THAETA/QNY(1)
IF(ARG.LT. 0.1E-04)ARG=0.1E-04

```



```

ARG=ARG/XH1** 0.702
CF0 = 0.012/(ALOG10(ARG)-0.64)-0.00093
CF0 = (ATAN(SQRT(XH1)))**2/XH1*CF0
IF(CF0.LE.0.0)CF0= 0.000
CF = (0.9/(QHBAR*(1.-6.8*SQRT(CF0/2.))-0.4)-0.5)*CF0
C IF(CF.LT. 0.0)CF= CF/(1.+3.0*QMACH(1)**2)
30 XH2= THAETA*DVELDX(1)/VELO(1)
RHS2= CF/2.-(QH12+2.-QMACH(1)**2)*XH2
RHSQH1=(F-XQH1*(CF/2.-(QH12+1.)*XH2))/THAETA
C WRITE(6,100)XOUT(1),THAETA,QH1,RHSQH1,F,FCALC(1)
C 100 FORMAT(1H,3X,'X=',F6.3,4X,'THAETA=',E14.7,3X,'QH1=',F9.4,
C *3X,'RHSQH1=',E14.7,4X,'F=',E14.7,4X,'FCALC=',E14.7)
RETURN
END
SUBROUTINE CORREC(RHSD2,RHSQH1,QH1,J)
C****
C A CORRECTOR USED FOR B.-L. CALCULATIONS
C
REAL*4 RHSD2(42), RHSQH1(42), THAETA(42), QH1(42), XOUT(44),
* ADDEDX(42),DFDX(42),DELTST(42),THHIDE(42),DEHIDE(42),DRAGLO(42)
COMMON/JKLM/DFDX,ADDEDX,XOUT,XTRANS,ITDFDX
COMMON/NOPQ/DEHIDE,THHIDE,THAETA,DELTST,DRAGLO
SJ= XOUT(J+1)-XOUT(J)
S= SJ/(XOUT(J)-XOUT(J-1))
T= SJ/(XOUT(J)-XOUT(J-2))
C
ALFA4= T*T*(2.+S)/(1.+T)/(S-T)/12.
ALFA3=-S*S*(2.+T)/(1.+S)/(S-T)/12.
ALFA2= 1./2. -(1.+S)*ALFA3 -(1.+T)*ALFA4
ALFA1= 1./2. +ALFA3 +ALFA4
ALFA3= ALFA3*S
ALFA4= ALFA4*T
C
THAETA(J+1)=THAETA(J)+SJ*(ALFA1*RHSD2(J+1)+ALFA2*RHSD2(J)
* +ALFA3*RHSD2(J-1)+ALFA4*RHSD2(J-2))
IF(THAETA(J+1).GT.8.*THAETA(J))THAETA(J+1)=2.*THAETA(J)
* -THAETA(J-1)
IF(THAETA(J+1).LT.0.0)THAETA(J+1)=THAETA(J)
C
QH1(J+1)= QH1(J)+SJ*(ALFA1*RHSQH1(J+1)+ALFA2*RHSQH1(J)
* +ALFA3*RHSQH1(J-1)+ALFA4*RHSQH1(J-2))
IF(QH1(J+1).LT.3.08)QH1(J+1)=3.08
IF(QH1(J+1).GE.19.)QH1(J+1)=19.00
RETURN
END
SUBROUTINE PRECOR(RHSD2,RHSQH1,QH1,J,JP)
C****
C A CORRECTOR USED FOR B.-L. CALCULATIONS
C
REAL*4 RHSD2(42), RHSQH1(42), THAETA(42), QH1(42), XOUT(44),
* ADDEDX(42),DFDX(42),DELTST(42),THHIDE(42),DEHIDE(42),DRAGLO(42)
COMMON/JKLM/DFDX,ADDEDX,XOUT,XTRANS,ITDFDX
COMMON/NOPQ/DEHIDE,THHIDE,THAETA,DELTST,DRAGLO
C ***** PREDICTOR AND CORRECTOR *****
SJ = XOUT(J+1)-XOUT(J)
SJM= XOUT(J) -XOUT(J-1)
S = SJ/SJM
C
D2DDM1 = (RHSD2(J) -RHSD2(J-1))/SJM
Q1DDM1 = (RHSQH1(J)-RHSQH1(J-1))/SJM

```

```

C      D2DDP1 = (RHSD2(J+1) - RHSD2(J))/SJ
      Q1DDP1 = (RHSQH1(J+1) - RHSQH1(J))/SJ
C
      D2D2 = (D2DDP1 + S * D2DDM1) / (1. + S)
      Q1D2 = (Q1DDP1 + S * Q1DDM1) / (1. + S)
C
      D2D3 = 2. * (D2DDP1 - D2DDM1) / SJ / (1. + 1./S)
      Q1D3 = 2. * (Q1DDP1 - Q1DDM1) / SJ / (1. + 1./S)
C
      D2D4 = 8. * (D2DDP1 - (1. + S) * D2D2 + D2DDM1 * S) / SJ / SJ / (1. + 1./S)
      Q1D4 = 8. * (Q1DDP1 - (1. + S) * Q1D2 + Q1DDM1 * S) / SJ / SJ / (1. + 1./S)
C
      DEL = XOUT(J+JP) - XOUT(J)
      THAETA(J+JP) = THAETA(J) + DEL * (RHSD2(J) + DEL * (D2D2/2. + DEL * D2D3/6.
      *                                     + DEL * DEL * D2D4/24.))
      IF (THAETA(J+JP).LE.0.0) THAETA(J+JP) = THAETA(J)
      QH1(J+JP) = QH1(J) + DEL * (RHSQH1(J) + DEL * (Q1D2/2. + DEL * Q1D3/6.
      *                                     + DEL * DEL * Q1D4/24.))
      IF (QH1(J+JP).LT.3.08) QH1(J+JP) = 3.08
      IF (QH1(J+JP).GT.19.0) QH1(J+JP) = 19.0
      RETURN
      END
      SUBROUTINE BLUEND(D2UEND,D1UEND)
C****
C      BLUEND CALCULATES B.-L. PARAMETERS AT INFINITE
C
      REAL*4 PROFIL(9),QMACH(44),VELO(44),DVELDX(44),QNY(44)
      REAL*4 DEHIDE(42),THHIDE(42),DELTST(42),THAETA(42),DRAGLO(42)
      COMMON/ABCD/INUM,JNUM,IPUA,IPOA,IRUNNO,IOLAY,ITERAT
      COMMON/HIJK/QLAMBDA,DELTA,QMUEND,PROFIL
      COMMON/LMNO/REUEND,QMACH,VELO,DVELDX,QNY
      COMMON/NOPQ/DEHIDE,THHIDE,THAETA,DELTST,DRAGLO
      QH12UE = 1. + 0.4 * QMUEND**2
      QH12 = DEHIDE(IPOA) / THHIDE(IPOA)
      EXP1 = (QH12 + QH12UE + 4.) / 2.
      EXP2 = (QH12 + QH12UE + 14.) / 4.
      D2UEND = THHIDE(IPOA) * (QMACH(IPOA) / QMUEND)**EXP1
      D2UEND = D2UEND * ((1. + 0.2 * QMUEND**2) / (1. + 0.2 * QMACH(IPOA)**2))**EXP2
      D1UEND = QH12UE * D2UEND
      RETURN
      END
      SUBROUTINE WAKE(QH1,QH12)
C****
C      WAKE CALCULATES TURBULENT WAKE-PARAMETERS
C
      REAL*4 XCOORD(71),YCOORD(46),PROFIL(9),DFDX(42),ADDFDX(42),
      *XOUT(44),DEHIDE(42),THHIDE(42),THAETA(42),DELTST(42),DRAGLO(42)
      REAL*4 DWAKE(17),QMACH(44),VELO(44),DVELDX(44),QNY(44),FCALC(42)
      REAL*4 QHIDE(42)
      COMMON/ABCD/INUM,JNUM,IPUA,IPOA,IRUNNO,IOLAY,ITERAT
      COMMON/CDEF/XCOORD,YCOORD
      COMMON/HIJK/QLAMBDA,DELTA,QMUEND,PROFIL
      COMMON/JKLM/DFDX,ADDFDX,XOUT,XTRANS,ITDFDX
      COMMON/LMNO/REUEND,QMACH,VELO,DVELDX,QNY
      COMMON/NOPQ/DEHIDE,THHIDE,THAETA,DELTST,DRAGLO
      COMMON/OPQR/DWAKE,FCALC,QHIDE,QOMEGA
      QOMEGA = QOMEGA / 0.8
      XQH1 = QH1
      D1 = DELTST(IPOA)

```

```

D2= THAETA(IPOA)
XH1= (DVELDX(IPOA+1)+DVELDX(IPOA))/2.
XH2= (VELO(IPOA+1)+VELO(IPOA))/2.
XH1= XH1/XH2
XH3= QMACH(IPOA)**2
XH2= 1.+0.177*XH3
DH12DX= XH1*(QH12-1.-0.4*QMUEND**2)/ALOG(VELO(IPOA))
DD2DX= -(QH12+2.-XH3)*XH1*D2
DD1DX = D2*DH12DX +QH12*DD2DX-(1.-XH3)*D2*XQH1*XH1
CALL BLUEND(D2UEND,D1UEND)
D1UEND=D2UEND*(1.+0.4*QMUEND)**2/(1.+0.4*QMUEND**2)
ISTA=IPUA+IPOA
ISTP=INUM
DO 10 I=ISTA,ISTP
X= (XCOORD(I)+1.)/2.
EXPON=-(X-XOUT(IPOA))/(D1UEND-DELTST(IPOA))*DD1DX
IF(EXPON.GT. 0.0)EXPON=0.0
IF(EXPON.LT.-170.0)EXPON=-170.0
DWA = DD1DX*EXP(EXPON)/DELTA
IF(DWA.GT. 0.0)DWA= 0.0
DWAKE(I-ISTA+1)=QOMEGA*DWA+(1.-QOMEGA)*DWAKE(I-ISTA+1)
C WRITE(6,100)X,DWAKE(I-ISTA+1)
C 100 FORMAT(1H,'SUBROUTINE WAKE: ', 'X=',F6.3,5X,'DWAKE=',E14.7)
10 CONTINUE
IF(IOLAY.LE.1)GO TO 30
ISUM=ISTP-ISTA+1
DO 20 I=1,IOLAY
20 DWAKE(I+ISUM)=DWAKE(ISUM)
30 RETURN
END
BLOCK DATA
C****
C
REAL*4 QMACH(44),VELO(44),DVELDX(44),QNY(44),QK(71,46)
COMMON/ABCD/INUM,JNUM,IPUA,IPOA,IRUNNO,IOLAY,ITERAT
COMMON/DEFG/SPECHT,QK
COMMON/LMNO/REUEND,QMACH,VELO,DVELDX,QNY
COMMON/PQRS/AMP, QKWAVE
COMMON/QRST/CL,ALFA
DATA INUM,JNUM/071,046/,IPUA,IPOA/015,042/,IOLAY/000/
DATA SPECHT/1.40/
C
DATA CL,ALFA/0.000001,0.000001/
C
***** NUMBER OF ITERATIONS *****
DATA ITERAT/007/
C
***** DATA FOR FLOW WITH ROTATION *****
C *** AMPLITUDE AND WAVENUMBER ***
DATA AMP/ 0.000000/,
* QKWAVE/ 3.141592/
END

```

Listing af PLOT

```

REAL*4 XNLR(100), CPNLR(100), TEXTST(7), DELTST(42), THAETA(42)
REAL XX(201), YY(201), PROFIL(9), DRAGLO(42), QMACH(44)
REAL XOUT(44), CPUP(44), CLOW(44)
DATA INUM/071/, JNUM/046/, IPOA/042/, IPWA/015/, SPECHT/ 1.40/
DATA TEXTST/'NLR- TEST VALUES. M= 0.875'/

C
C ***** IEX = 0 NO COMPARISON IN THE PLOT WITH OTHER RESULTS.
C IEX = 1 PRESENT RESULTS ARE COMPARED TO OTHER RESULTS.
C

DATA IEX/ 0/
COMMON/ABCD/DELTA,CL, QMUEND,ALFA,CD,RE,ITERFI,IRUNNO,PROFIL
READ(10)F
READ(10)ITERFI
READ(10)IRUNNO
READ(10)QMUEND
READ(10)REUEND
READ(10)XTRANS
READ(10)X
READ(10)Y
READ(10)PROFIL
READ(10)DELTA
READ(10)V
READ(10)DFDX
READ(10)ADDFDX
READ(10)DWAKE
READ(10)FCALC
READ(10)DEHIDE
READ(10)THHIDE
READ(10)QHHIDE
READ(10)XOUT
READ(10)CPUP
READ(10)CLOW
READ(10)ALFA
READ(10) RE
READ(10) CD
READ(10) CL
READ(10)QMACH
READ(10)DELTST
READ(10)THAETA
READ(10)DRAGLO
C ***** PROFILE-TABLE *****
READ(5,150)ISTOP,INLROA,ICPPPR
IF(INLROA-1)11,11,13
11 READ(5,110)(XNLR(I),YY(I),CPNLR(I),TH,DT,I=1,ISTOP)
GO TO 14
13 READ(5,115)(XNLR(I),YY(I),CPNLR(I),I=1,ISTOP)
C ***** CORRELATING OF XNLR-VALUES TO THE INTERVAL 0-10 *****
14 A=XNLR(1)
B=XNLR(ISTOP)
DO 15 I=1,ISTOP
15 XNLR(I)=10.*(XNLR(I)-A)/(B-A)
CALL OUT1(IRUNNO)
CALL PARALF (3.,17.)
C ***** FRAME *****
CALL FRAME
C ***** X-AXIS *****
CALL VAXIS(5.1,12.2,1.,13)
CALL TEXT2(6.02 11.55)
C ***** Y-AXIS *****
CALL AXE(5.1,12.2,12.,90.,1.5,1.0,-0.25,0.3,1,1,1,1,1.)

```

```

CALL SYMBOL(5.4,23.2,0.18,195,0.,-1)
CALL SYMBOL(5.7,23.0,0.18,151,0.,-1)
C ***** PROFILE CONTOUR *****
  ISTOP1=ISTOP-1
  DO 20 I=2,ISTOP1
    XX(I)=XNLR(I)+6.1
    XX(2.*ISTOP-1)=XX(I)
    Y=10.*YY(I)/(B-A)
    YY(I)=9.7+Y
20  YY(2*ISTOP-1)=9.7-Y
    ISTOP2=2.*ISTOP-1
    XX(1)=6.1
    XX(ISTOP2)=6.1
    YY(1)=9.7
    YY(ISTOP2)=9.7
    XX(ISTOP)=16.1
    YY(ISTOP)=9.7
    CALL KURVE(XX,YY,ISTOP2,1,1.,1.,0.,0.,-1,007,0.3)
C ***** TEXT FOR CURVES *****
  CALL SYMBOL(15.9,12.5,-0.3,'TNECREP ,DROHC',0.,14)
  CALL SYMBOL(8.8,14.3,0.3,'PRESENT RESULTS',0.,15)
  IF(INLROA-1)26,22,24
22  IF( IEX )26,26,23
23  CALL SYMBOL(8.8,13.8,0.3,'DESIGN VALUES. (LOCK)',0.,21)
  GO TO 26
24  IF(ICPPPR-1)26,25,25
25  CONTINUE
  IF (IEX) 26,26,250
250 CALL SYMBOL(8.8,13.8,0.3,TEXTST,0.,28)
26  CALL SYMBOL(8.8,13.0,0.3,'CRITICAL VALUE',0.,14)
  CALL SYMBOL(8.3,14.45,0.30,015,0.,-1)
  IF (IEX) 28,28,27
27  CALL SYMBOL(8.3,13.95,0.17,071,0.,-1)
28  CALL SYMBOL(8.3,13.15,0.17,003,0.,-1)
C ***** TEXT UNDER PROFILE CONTOUR *****
  CALL TEXT1(6.1,7.2)
C ***** CRITICAL VALUE OF PRESSURE-COEFFICIENT *****
  CPCRIT=2.*(SPECHT-1.)*QMUEND**2
  POT=SPECHT/(SPECHT-1.)
  CPCRIT=(CPCRIT/(SPECHT+1.))*POT
  CPCRIT=2.*(CPCRIT-1.)/SPECHT/QMUEND**2
  X=8.8+14.*0.2555556
  CALL PCHAR(X,13.0,0.3,122,0.)
  X=X+2.*0.2555556
  CALL NUMBER(X,13.0,0.3,CPCRIT,0.,3)
C *** NEW REFERENCE SYSTEM ***
  CALL PARALF(6.1,18.2)
  CALL SPEJLY
  DO 30 I=1,11
    XX(I)=-1.+FLOAT(I-1)*1.3
30  YY(I)=CPCRIT
    CALL KURVE(XX,YY,11,1,1.,4.,0.,0.,0,3,0.15)
C ***** CURVES *****
C ***CHECK FOR AIRFOIL POINTS WITHOUT GIVEN PRESSURE ***
  JC=0
  DO 40 I=1,ISTOP
    IF(CPNLR(I)+9.7)40,40,39
39  JC=JC+1
    XNLR(JC)=XNLR(I)
    CPNLR(JC)=CPNLR(I)

```

```

40 CONTINUE
   ISTOP=JC
   IF(ISTOP.EQ.0)GO TO 42
C   *** PRESSURE/STAG.PRESSURE IS CHANGED TO PRESS.COEFF. ***
   IF(ICPPPR-1)41,41,404
404 PRP=(1.+(SPECHT-1.)*QMUEND**2/2.)*POT
   PPQ=2./SPECHT/QMUEND**2
   DO 408 I=1,ISTOP
   CPNLR(I)=PPQ*(CPNLR(I)*PRP-1.)
408 CONTINUE
41 CONTINUE
   IF (IEX) 42,42,410
410 CALL KURVE(XNLR,CPNLR,ISTOP,1,1.,4.,0.,0.,0,072,0.15)
42 IF(ABS(ALFA).LT.0.00001) GO TO 50
   CALL KURVE(XOUT,CFLOW,IPOA,1,10.,4.,0.,0.,-1,075,0.15)
50 CALL KURVE(XOUT,CPUP,IPOA,1,10.,4.,0.,0.,-1,0075,0.15)
   IF(RE.GT.98.0)GO TO 200
C   ***** BOUNDARY-LAYER PARAMETERS * * *
   DO 60 I=1,IPOA
60  THAETA(I)=DELTST(I)/THAETA(I)
   CALL RESET
   CALL PARALF(27.,17.)
   CALL FRAME
   CALL TEXT1(6.5,6.0)
C
   CALL VAXIS(5.5,7.5,1.,13)
   CALL TEXT2(6.40,6.92)
   CALL LAXIS(5.5,7.5,0.5,8)
   CALL SYMBOL(4.50,7.36,0.3,'0.5',0.,3)
   CALL SYMBOL(4.50,09.86,0.3,'1.0',0.,3)
   CALL SYMBOL(2.40,11.06,0.3,'LOC. MACHNO',0.,11)
C
   CALL VAXIS(5.5,12.0,1.,13)
   CALL TEXT2(6.40,11.52)
   CALL AXE(5.50,12.0,3.,90.,1.00001,2.00001,1.,0.3,-1,1,0,1.,1.)
   CALL SYMBOL(3.90,14.40,0.4,'H',0.,1)
   CALL SYMBOL(4.20,14.30,0.2,2H12,0.,2)
C
   YMAL=0.001
   IF(DRAGLO(1).GT.0.013.OR.DELTST(IPOA).GT.0.013)YMAL=0.002
   IF(DRAGLO(1).GT.0.026.OR.DELTST(IPOA).GT.0.026)YMAL=0.004
   CALL VAXIS(5.5,16.0,1.,13)
   CALL TEXT2(6.40,15.44)
   CALL AXE(5.50,16.0,11.0,90.,1.0E-15,YMAL,YMAL,0.3,1,1,3,1.,1.)
   CALL SYMBOL(8.7,25.25,0.12,011,0.0,-1)
   CALL SYMBOL(9.00,25.10,0.30,'SKINFRICTION',0.,12)
   CALL SYMBOL(8.7,24.65,0.12,001,0.0,-1)
   CALL SYMBOL(9.00,24.50,0.30,'DISPLACEMENT THICK.',0.,19)
C
   CALL PARALF(6.5,5.0)
   CALL KURVE(XOUT,QMACH,IPOA,1,10.,5.0,0.,0.,-1,004,0.15)
   DO 65 I=1,11
   XX(I)=-1.+FLOAT(I-1)*1.3
65 YY(I)= 5.0
   CALL KURVE(XX,YY,11,1,1.,1.,0.,0.,0,03,0.15)
C
   CALL PARALF(0.0,6.0)
   CALL KURVE(XOUT,THAETA,IPOA,1,10.,1.,0.,0.,-1,004,0.15)
C
   CALL PARALF(0.,5.)

```

```

YFAC=1./YMAL
CALL KURVE(XOUT,DELTST,IPOA,1,10.,YFAC,0.,0., 1,001,0.11)
CALL KURVE(XOUT,DRAGLO,IPOA,1,10.,YFAC,0.,0., 1,011,0.11)
110 FORMAT(2F8.5,F7.4,F8.5,F10.6)
115 FORMAT(2F8.5,F7.4)
150 FORMAT(/ /315)
200 CALL PLTEND
STOP
END
SUBROUTINE FRAME

```

C****

C

```

CALL PLOT(0.,0.,2)
CALL PLOT(21.,0.,1)
CALL PLOT(21.,29.5,1)
CALL PLOT(0.,29.5,1)
CALL PLOT(0.,0.,1)
CALL PLOT( 2.0, 0.5,2)
CALL PLOT(20.5, 0.5 1)
CALL PLOT(20.5,29.0,1)
CALL PLOT( 2.0 29.0,1)
CALL PLOT( 2.0, 0.5,1)
RETURN
END
SUBROUTINE TEXT1(XST,YST)

```

C****

C

```

REAL*4 PROFIL(9)
COMMON/ABCD/DELTA,CL,QMUEND,ALFA,CD,RE,ITERFI,IRUNNO,PROFIL
X=XST
Y=YST
CALL SYMBOL(X,Y,0.4,PROFIL,0.,36)
Y=Y-1.4
CALL SYMBOL(X,Y,0.3,'T/C= ',0.0,6)
DEX= 0.3*6./7.
X=X+6.*DEX
CALL NUMBER(X,Y,0.3,DELTA,0.0,4)
X=X+12.*DEX
CALL SYMBOL(X,Y,0.3,'CL= ',0.0,4)
X=X+4.*DEX
CALL NUMBER(X,Y,0.3,CL,0.0,4)
X=X+11.*DEX
CALL SYMBOL(X,Y,0.3,'MACHNO.= ',0.0,9)
X=X+10.*DEX
CALL NUMBER(X,Y,0.3,QMUEND,0.0,4)
X=XST
Y=Y-0.8
CALL SYMBOL(X,Y,0.3,'ALFA= ',0.0,6)
X= X+6.*DEX
CALL NUMBER(X,Y,0.3,ALFA,0.0,4)
X=X+6.*DEX
CALL SYMBOL(X,Y,0.3,'DEG CD= ',0.0,10)
X=X+10.*DEX
CALL NUMBER(X,Y,0.3,CD,0.0,4)
X=X+11.*DEX
CALL SYMBOL(X,Y,0.3,'RE= *10**6',0.0,15)
X=X+4.*DEX
IF(RE.LT.10.)X=X+DEX
CALL NUMBER(X,Y,0.3,RE,0.0,2)
XC=XST

```



```

Y=Y-1.4
CALL SYMBOL(XC,Y,0.3,'NUMBER OF ITERATIONS=',0.,21)
X=FLOAT(ITERFI)+0.0002
XC=XST+5.5
CALL NUMBER(XC,Y,0.30,X,0.,-1)
C ***** DATING *****
CALL DATE(ID,IM,IY)
XID=FLOAT(ID)+0.00002
XIM=FLOAT(IM)+0.00002
XIY=FLOAT(IY)+0.00002
X=XST+9.8-4.*1.8/7.
IF(ID.LT.10)X=X+0.2555556
IF(IM.LT.10)X=X+0.2555556
XRUN=X
Y=Y-1.1
CALL NUMBER(X,Y,0.3,XIY,0.,-1)
X= X + 2.*1.8/7.
CALL PCHAR(X,Y,0.3,096,0.)
X= X + 1.8/7.
CALL NUMBER(X,Y,0.3,XIM,0.,-1)
XG=1.
IF(IM.GE.10)XG=2.
X=X+XG*1.8/7.
CALL PCHAR(X,Y,0.3,097,0.)
X=X+1.8/7.
CALL NUMBER(X,Y,0.3,XID,0.,-1)
X= XST+11.35
CALL SYMBOL(X,Y,0.3,'O. FAHNE',0.,8)
Y=Y+1.1
CALL SYMBOL(XRUN,Y,0.3,'RUN:',0.,04)
RUNNO=FLOAT(IRUNNO)+0.002
XRUN=XRUN+1.029
CALL NUMBER(XRUN,Y,0.30,RUNNO,0.,-1)
RETURN
END
SUBROUTINE VAXIS(XST,YST,XDEL,NDEL)
C*****
C
REAL*4 XX(15), YY(15)
XEND=XST+XDEL*FLOAT(NDEL)
CALL PLOT(XST,YST,2)
CALL PLOT(XEND,YST,1)
NPART=NDEL+1
DO 10 I=1,NPART
XX(I)=XST+FLOAT(I-1)*XDEL
10 YY(I)=YST
CALL KURVE(XX,YY,NPART,1,1.,1.,0.,0.,0.079,0.15)
RETURN
END

```

```

      SUBROUTINE LAXIS(XST,YST,YDEL,NDEL)
C****
C
      REAL*4 XX(15), YY(15)
      YEND=YST+YDEL*FLOAT(NDEL)
      CALL PLOT(XST,YST,2)
      CALL PLOT(XST,YEND,1)
      NPART=NDEL+1
      DO 15 I=1,NPART
      XX(I)=XST
15  YY(I)=YST+FLOAT(I-1)*YDEL
      CALL KURVE(XX,YY,NPART,1,1.,1.,0.,0.,0,096,0.15)
      RETURN
      END
      SUBROUTINE TEXT2(XST,YST)
C****
C      TEXT FOR VERTICAL-AXIS
C
      CALL SYMBOL(XST,YST,0.3,'0',0.,1)
      XCOR=XST+4.93
      CALL SYMBOL(XCOR,YST,0.3,'50',0.,2)
      XCOR=XCOR+4.81
      CALL SYMBOL(XCOR,YST,0.3,'100',0.,3)
      RETURN
      END
      SUBROUTINE OUT1(IRUNNO)
C****
C
      CALL DATE(ID,IM,IY)
      IF(ID.LT.10)GO TO 5
      WRITE(6,15)IRUNNO,IY,IM,ID
      RETURN
5  WRITE(6,10)IRUNNO,IY,IM,ID
10 FORMAT(1H1,////////1H,21X,12(2H* ),4X,'PLOTING OF RESULTS FROM RU
*N NO.',16,4X,12(2H* )////1H ,56X,12,'-',12,'/',11,3X,'OLE FANØE',
*////////)
15 FORMAT(1H1,////////1H,21X,12(2H* ),4X,'PLOTING OF RESULTS FROM RU
*N NO.',16,4X,12(2H* )////1H ,56X,12,'-',12,'/',12,3X,'OLE FANØE',
*////////)
      RETURN
      END

```